

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**  
**Departamento de Física del Aire y Geofísica**



**TESIS DOCTORAL**

**Interpretación automática de sondeos eléctricos verticales**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR

**María del Carmen Hernández Lucendo**

**Madrid, 2015**

TP  
1984-  
0-12

María del Carmen Hernández Lucendo



\* 5 3 0 9 8 6 6 0 5 7 \*  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

x-53-031482-6

INTERPRETACION AUTOMATICA DE SONDEOS ELECTRICOS VERTICALES

Departamento de Física del Aire y Geofísica  
Facultad de Ciencias Físicas  
Universidad Complutense de Madrid  
1984



BIBLIOTECA

Colección Tesis Doctorales. Nº

92/84

© M<sup>a</sup> del Carmen Hernández Lucendo  
Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía  
Noviciado, 3 Madrid-8  
Madrid, 1984  
Xerox 9200 XB 480  
Depósito Legal: M-17640-1984

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS  
DEPARTAMENTO DE FISICA DEL AIRE Y GEOFISICA

INTERPRETACION AUTOMATICA DE SONDEOS  
ELECTRICOS VERTICALES

MEMORIA  
PRESENTADA POR  
M. CARMEN HERNANDEZ LUCENDO  
PARA OPTAR AL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS FISICAS

DIRECTOR: PROF. D. ERNESTO ORELLANA SILVA

MADRID, 1982



A mis padres



Quisiera expresar mi gratitud a todos aquellos que, de alguna manera, han contribuido en esta etapa inicial de mi formación científica.

Al Dr. Ernesto Orellana, bajo cuya dirección se realizó este trabajo, siendo absolutamente inestimables sus constantes sugerencias y continua supervisión crítica de mi trabajo.

Al Dr. Agustín Udías, Catedrático de Geofísica, en cuya Cátedra me incorporé a esta tarea, y que, con su interés y apoyo, facilitó la realización de la presente memoria.

A los doctores A. Casal, M. Sancho y J. Peón, por su desinteresada colaboración.

A todos los compañeros de la Cátedra de Geofísica, que han contribuido a que los años transcurridos en ella hayan sido fructíferos para mí.

A la Junta de Energía Nuclear, por las facilidades para hacer uso del ordenador del Centro de Cálculo.

También ha sido muy valiosa la ayuda de D. Ascensión Iglesias en la mecanografía y de D. Juan Ardizzone en la delineación.

Finalmente quisiera agradecer el apoyo incondicional de mis familiares y amigos.

Gracias a todos.





## INTRODUCCION

La actual escasez de materias primas presta especial y renovado interés a todos los métodos de prospección del subsuelo. Entre ellos, uno de los mas utilizados es el Sondeo Eléctrico Vertical, abreviadamente SEV. Sin embargo, generalmente, no se obtiene todo el rendimiento que podría dar este método, por aplicarse ideas simplistas a fenómenos que, como su desarrollo teórico, son complicados.

Por esta causa hemos creído muy conveniente tomar como objeto de estudio algunos aspectos de este método, aún no aclarados suficientemente.

Estos aspectos son, por una parte, el modo de obtener cortes que puedan ser solución de una curva de campo dada y, por otra, la ambigüedad inherente a dicha solución.

En el capítulo I se presenta el desarrollo histórico del método, así como las variables y funciones fundamentales que interesan en el problema, haciendo hincapié en la curva de Dar Zarrouk, por el importante papel que juega en el proceso de la interpretación.

En el capítulo II se incluye una descripción de los métodos de interpretación que hemos considerado mas interesantes, estudiando con mas detalle el método propuesto por Zohdy, una modificación del cual se presenta en el capítulo IV.

En el capítulo III se estudia el principio de supresión y la equivalencia asociada en cortes de tres capas. Se ha ampliado el concepto de supresión al caso en que el valor de la resistividad de la capa no esté comprendido entre los valores de resistividad de las capas que la limitan, superior e inferiormente.

## II

En el capítulo IV se presenta el método de interpretación automática controlada, basado en el programa de Zohdy, presentado en el capítulo II, y la generalización del principio de equivalencia.

Este método ha sido probado en gran cantidad de curvas de campo, presentandose algunos ejemplos de aplicación.

En el capítulo V se presentan varias vías de ataque que se están siguiendo para relacionar directamente la curva de campo con la de Dar Zarrouk, con el fin de obtener, de una manera fácil, directa y rápida, el dominio de soluciones de la curva de campo de partida.

## INDICE

	<u>Página</u>
INTRODUCCION .....	I
I. EL METODO SEV. FUNCIONES FUNDAMENTALES	
I.1 Los métodos geoelectricos. Desarrollo histórico .....	1
I.2 La distribución del potencial en la superficie de una tierra estratificada .....	2
I.3 El método SEV. Dispositivos de medida .....	16
I.4 Obtención de la función $\rho_a(r)$ para el dispositivo Schlumberger a partir de la expresión del potencial en superficie .....	19
I.5 La función de resistividades verdaderas : $\rho(z)$ .....	20
I.6 La función característica .....	21
I.7 Parámetros y curva de Dar Zarrouk .....	25
II. LA INTERPRETACION DE CURVAS DE SEV	
II.1 Planteamiento del problema .....	31
II.2 Los primeros métodos interpretativos .....	34
II.3 Interpretación cuantitativa .....	36
II.4 Los métodos gráficos .....	37
II.5 El principio de equivalencia .....	39
II.6 Los métodos numéricos .....	40
Métodos de Vozoff y Bichara-Lakshmanan .....	41
Método de Kunetz-Rocroi .....	42
La convolución en el SEV .....	43

#### IV

Método de Koefoed .....	48
Método de Zohdy .....	50
III. ESTUDIO GENERALIZADO DEL PRINCIPIO DE SUPRESION Y EQUIVALENCIA ASOCIADA EN CORTES DE TRES CAPAS. DETECTABILIDAD DE UN ESTRATO .....	
Tablas .....	67
Figuras .....	100
Programa SUPRES .....	126
IV. LA INTERPRETACION AUTOMATICA CONTROLADA	
IV.1 Introducción .....	140
IV.2 Generalización del principio de equiva- lencia .....	140
IV.3 El principio de equivalencia y la curva de Dar Zarrouk .....	148
IV.4 La interpretación automática controlada ..	151
Programa de interpretación .....	164
V. HACIA UN METODO IDEAL DE INTERPRETACION	
V.1 Algunos intentos realizados para relacionar analíticamente la curva de Dar Zarrouk con la función de resistividades aparentes ...	185
V.2 Ensayos numéricos .....	196
Programa LINEA .....	198
CONCLUSIONES .....	209
BIBLIOGRAFIA .....	212

## CAPITULO I

### EL METODO SEV. FUNCIONES FUNDAMENTALES.

#### I.1 LOS METODOS GEOELECTRICOS. DESARROLLO HISTORICO

Los métodos eléctricos de prospección, también llamados geoelectrónicos, estudian, por medio de observaciones realizadas en la superficie del terreno, la distribución en profundidad de alguna propiedad electromagnética. Estas propiedades, que caracterizan a los materiales del subsuelo y que pueden permitir su identificación, son fundamentalmente tres: la permitividad  $\epsilon$ , la permeabilidad magnética  $\mu$  y la resistividad  $\rho$ . De éstas, es la resistividad la que se estudia, con mucho, en mayor proporción.

Aunque el desarrollo de estos métodos es relativamente reciente, los orígenes se remontan a 1720, con las medidas realizadas por Gray y Wheeler sobre las resistividades de las rocas y el descubrimiento, en 1746, realizado por Watson de la conductividad del suelo. En 1815 Fox descubre el fenómeno de la polarización espontánea, lo que da origen al estudio del Comstock Lode por Barus en 1882.

En 1883 Brown empieza a trabajar con campos producidos artificialmente con un sistema de dos electrodos. Daft y Williams, en 1902, trabajan con corrientes de baja frecuencia. En 1903, Ragozin publica la monografía "Aplicación de la electricidad a la búsqueda de yacimientos mineros". Schilowsky, en 1913, ensaya métodos electromagnéticos y posteriormente, en 1915, C. Schlumberger y F. Wenner empiezan a emplear dispositivos tetraelectrónicos.

Hay que destacar la aportación, decisiva en el desarrollo de estos métodos, de Conrad Schlumberger, que comprendió la importancia fundamental de una base teórica rigurosa en la que apoyar la aplicación de los métodos geofísicos, tarea que emprendió con su hermano Marcel, el físico Raymond Maillet y el matemático Sabba Stefanescu, atacando el problema de la propagación de la corriente eléctrica en medios estratificados, isótropos o anisótropos. Fruto de este trabajo son las publicaciones de STEFANESCO et al. (1930) sobre la distribución del potencial en un semiespacio estratificado, la de MAILLET y DOLL (1933) sobre anisotropía y la de MAILLET (1947) sobre las ecuaciones fundamentales de la prospección eléctrica. Desgraciadamente, los resultados a que llegaron estos investigadores solo se han hecho públicos parcialmente y con retraso, debido a una política de secreto de origen comercial.

El uso de calculadoras digitales para la evaluación numérica de la solución dada por Stefanescu, ha hecho posible la construcción de colecciones de curvas patrón, como las publicadas por la Compagnie Generale de Geophysique (1963), ORELLANA y MOONEY (1966), VAN DAM y MENLENKAMP (1969).

La idea de KUNETZ (1966) de convertir la integral de Stefanescu, por medio de un cambio de variables, en una integral de convolución, fue utilizada por GHOSH (1971) para determinar los coeficientes de filtros que permiten el cálculo rápido de curvas de SEV, así como determinar los valores de la función característica a partir de aquella, con las ventajas que ésto lleva consigo para la resolución del problema inverso.

## 1.2 LA DISTRIBUCION DEL POTENCIAL EN LA SUPERFICIE DE UNA TIERRA ESTRATIFICADA.

Han sido muchos los autores (GRANT y WEST, 1965; KELLER, 1966;

BATTACHARYA y PATRA, 1968; ORELLANA, 1972; etc.) que han estudiado la teoría del flujo de corriente en una tierra estratificada horizontalmente. Debido a la importancia que ha tenido en el desarrollo de los métodos geoeléctricos y para presentar mas claramente el problema de la interpretación se incluye a continuación.

Consideremos un medio estratificado general compuesto de dos semiespacios: el primero, de conductividad nula, representa la atmósfera; el segundo, que representa el terreno, es un medio heterogéneo, compuesto de medios parciales homogéneos e isótropos, de extensión lateral indefinida y cuyas superficies de separación son paralelas entre si y al plano tierra-aire. Los medios homogéneos vienen definidos por su resistividad  $\rho_i$  y su espesor o potencia  $E_i$ . El conjunto de espesores y resistividades que caracterizan el medio estratificado se llama corte geoeléctrico y está representado graficamente en la figura 1.

Para simplificar, empezaremos estudiando el caso mas sencillo: un subsuelo homogéneo de resistividad  $\rho$ .

Supongamos el dispositivo de la figura 2, formado por un generador y unos electrodos de emisión, A y B, unidos a éste por cables. La corriente introducida en el subsuelo en B saldrá, después de atravesarlo, por A y, si el régimen es estacionario

$$I_A + I_B = 0$$

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

por tratarse de un régimen estacionario se anularán las derivadas respecto al tiempo



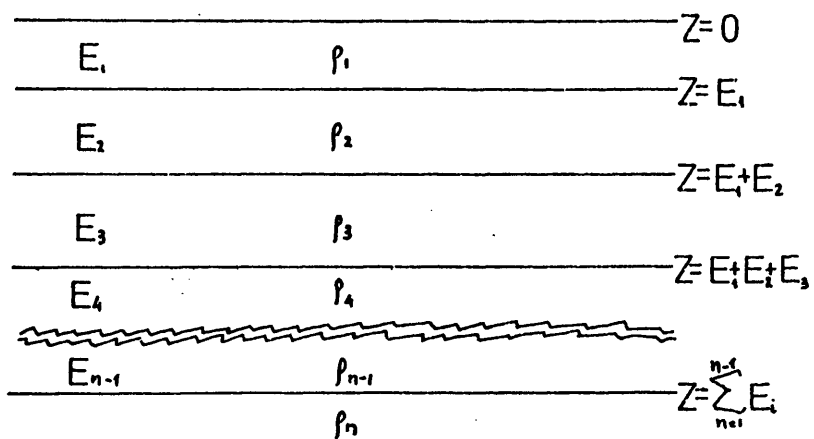


Figura 1.- Corte geoelectrico.

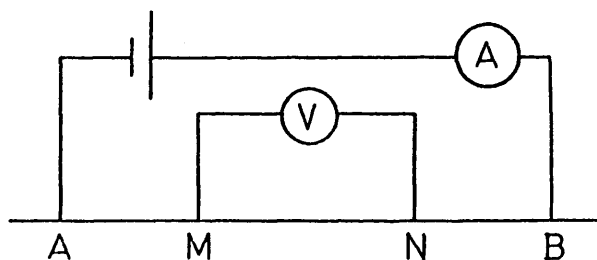


Figura 2.- Circuitos de emisi3n y recepci3n.  
Dispositivo tetraelectr3dico.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

De (1) y (2) se deduce

$$\nabla \times \bar{E} = 0 \quad (3)$$

es decir, el campo eléctrico es irrotacional, por lo que deriva de un potencial escalar  $V$  de la forma

$$\bar{E} = -\nabla V \quad (4)$$

Por la ley de Ohm para medios isótropos

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (5)$$

Como, salvo en los electrodos A y B, no puede haber aparición ni desaparición de cargas en el semiespacio, la ecuación de continuidad de la densidad de corriente  $J$  vendrá expresada por

$$\nabla \cdot \bar{J} = 0 \quad (6)$$

sustituyendo la expresión (5)

$$\nabla \cdot \bar{J} = \nabla \cdot (\sigma \bar{E}) = \sigma \nabla \cdot \bar{E} + \bar{E} \cdot \nabla \sigma \quad (7)$$

y, teniendo en cuenta (4)

$$\sigma \cdot \nabla^2 V + \nabla \sigma \cdot \nabla V = 0 \quad (8)$$

Al suponer el semiespacio homogéneo  $\nabla \sigma = 0$ , por lo que el potencial debe verificar la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 V = 0 \quad (9)$$

A este punto volveremos mas tarde al estudiar medios estratificados.

En los electrodos, la ecuación de continuidad en la forma  $\nabla \cdot \vec{J} = 0$  deja de ser válida, puesto que hay una corriente inyectada  $I$ . Se verificará

$$\int_V \nabla \cdot \vec{J} \, dv = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I \quad (10)$$

Habrà, pues, una  $\nabla \cdot \vec{J}$  no nula, igual a la intensidad inyectada por el electrodo por unidad de volumen, que llamaremos  $i(\vec{r})$ , siendo

$$\nabla \cdot \vec{J} = i(\vec{r}) \quad (11)$$

Para estos electrodos la ecuación del potencial será la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 V = - \frac{1}{\sigma} i(\vec{r}) \quad (12)$$

Se puede obtener una solución de esta ecuación mediante la función de Green,  $G$ , verificándose

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}_0) = - \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) / \sigma \quad (13)$$

de forma que, en general

$$V(\vec{r}) = \iiint G(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot i(\vec{r}_0) \cdot dx_0 \cdot dy_0 \cdot dz_0 \quad (14)$$

donde  $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$  representa el potencial en el punto  $\vec{r}$  que crea un electrodo situado en el punto  $\vec{r}_0$  que inyecta una intensidad igual a 1. Por lo tanto se verificarà

$$\int_S \sigma (\nabla G) \cdot d\vec{S} = 1 \quad (15)$$

para cualquier superficie que encierre el electrodo.

Si consideramos una semiesfera de radio  $r$  centrada en el electrodo (figura 3), por razones de simetría la densidad de corriente  $\sigma(\vec{\nabla}G)$  tendrá el mismo valor en todos los puntos de dicha superficie y estará dirigida radialmente.

Tendremos pues

$$\sigma |\vec{\nabla}G| = \frac{1}{2\pi r^2} \quad (16)$$

$$\vec{\nabla}G = \frac{1}{2\pi\sigma r^2} \vec{u}_r \quad (17)$$

De donde

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{1}{2\pi\sigma R} \quad (18)$$

siendo  $R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$ .

El potencial, creado por el electrodo puntual A, en un punto M, vendrá dado por

$$V_M = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (19)$$

En el caso de varios electrodos puntuales sobre la superficie, para cada uno de ellos que inyecte la corriente  $I$  en el punto  $\vec{r}_{01}$ , el término fuente tiene la forma

$$i(\vec{r}_0) = I\delta(\vec{r}_0 - \vec{r}_{01}) \quad (20)$$

y la integral de la ecuación (14) se reduce a la superposición de las funciones  $G$  multiplicadas por la intensidades  $I$  correspondientes. Si los electrodos no fuesen puntuales habría que evaluar la integral de la ecuación (14) extendida al volumen ocupado por los mismos.

Si consideramos el dispositivo simétrico de dos electrodos

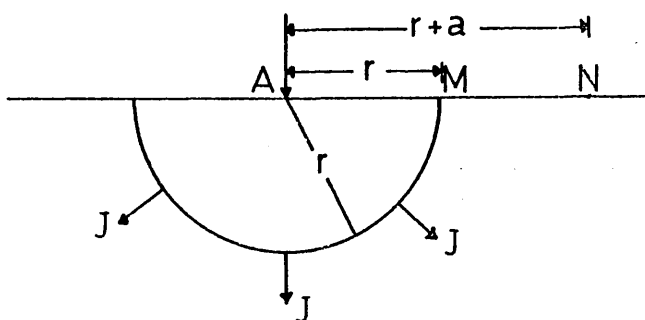


Figura 3.- Semiesfera centrada en un electrodo.

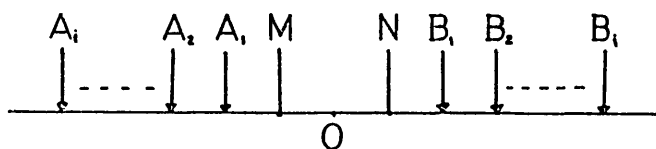


Figura 4.-  $A_i, B_i$  : electrodos de emisión  
 $M, N$  : electrodos de recepción  
 $O$  : centro del dispositivo.

puntuales de la figura 2, el potencial en el punto N vendrá dado por

$$V_N = \frac{I\rho}{2\pi r} - \frac{I\rho}{2\pi(r+a)} \quad (21)$$

para el punto M

$$V_M = \frac{I\rho}{2\pi(r+a)} - \frac{I\rho}{2\pi r} \quad (22)$$

y para la diferencia de potencial entre N y M tendremos

$$V_{MN} = \frac{I\rho}{\pi} \frac{a}{r(r+a)} \quad (23)$$

Despejando P

$$P = \frac{\pi r(r+a)}{a} \frac{V_{MN}}{I} \quad (24)$$

de donde se puede obtener el valor de la resistividad del subsuelo, supuesto homogéneo, midiendo en superficie los valores de las variables que aparecen en el segundo miembro.

En el caso de que el subsuelo no sea homogéneo, al aplicar la ecuación (24) obtendremos una resistividad ficticia, que no corresponderá en general a la de ninguna zona y que dependerá de la distribución de resistividades en el subsuelo y de las distancias  $r$  y  $a$ . A esta resistividad la llamaremos resistividad aparente.

Para poder deducir de los valores de resistividad aparente obtenidos los distintos parámetros que caracterizan el corte geoelectrico, resolución del problema inverso, es necesario previamente realizar un estudio del problema directo, es decir, determinar los valores de resistividad aparente correspondiente a una estratificación conocida utilizando un dispositivo también conocido. Resulta pues indispensable calcular el potencial en superficie sobre una estratificación general como la mostrada en la figura 1.

En primer lugar para mayor comodidad consideremos un corte formado por una capa de espesor  $E$  y resistividad  $\rho_1$  y un sustrato,

que se considera de espesor infinito, de resistividad  $\rho_2$  y determinemos el potencial producido en la superficie límite tierra-aire por una fuente puntual situada en dicha superficie.

Al ser los medios homogéneos se verificará la ecuación (9) en todo el semiespacio salvo en los electrodos y las superficies de discontinuidad.

En este caso, considerando un sistema de coordenadas cilíndricas centrado en el electrodo puntual y teniendo en cuenta la simetría respecto de obtenemos

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (25)$$

Como la laplaciana del potencial no se anula en el origen, para la primera capa hay que considerar la ecuación de Poisson, de la que se conoce una solución particular (ecuación 19) y para hallar la solución general habrá que sumar a la solución particular del problema no homogéneo la solución general del problema homogéneo.

En las superficies de discontinuidad tierra-aire y 1ª capa-sustrato hay que aplicar condiciones de contorno.

Comenzaremos por buscar la solución general del problema homogéneo por el método de separación de variables.

$$V(r,z) = R(r) \times Z(z) \quad (26)$$

y sustituyendo en la ecuación (25) se llega a

$$\frac{1}{R(r)} \left| \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right| + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0 \quad (27)$$

Como estos dos términos son independientes entre sí, cada uno

de ellos debe ser igual a un parámetro, pero con signo opuesto. Sea este parámetro  $\lambda^2$ .

$$\frac{1}{R(r)} \left| \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right| = -\lambda^2 \quad (28)$$

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \lambda^2 \quad (29)$$

Las soluciones para estas ecuaciones son respectivamente

$$R(r) = J_0(\lambda r) \quad (30)$$

$$Z(z) = e^{\pm \lambda z} \quad (31)$$

siendo  $J_0(\lambda r)$  la función de Bessel de primera especie y orden cero.

Toda combinación lineal de la forma

$$J_0(\lambda r) \left| A e^{\lambda z} + B e^{-\lambda z} \right|$$

será también solución.

La solución mas general se encontrará cuando los coeficientes A y B dependan del parámetro  $\lambda$  y éste tome todos los valores posibles.

Matemáticamente esto se puede expresar por

$$V_G(r, z) = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left| A(\lambda) e^{\lambda z} + B(\lambda) e^{-\lambda z} \right| d\lambda \quad (32)$$

Para obtener la solución general del problema no homogéneo hay que sumar a la solución obtenida la particular, ya conocida, de la ecuación de Poisson, correspondiente a un semiespacio homogéneo e isótropo.



Esta solución es, en el sistema de coordenadas elegido

$$V_p(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \quad (33)$$

que según la integral de Weber-Lipschitz puede expresarse por

$$V_p(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (34)$$

Resulta entonces para el potencial en la primera capa

$$V_1(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ e^{\lambda z} + A'(\lambda) e^{\lambda z} + B'(\lambda) e^{-\lambda z} \right] d\lambda \quad (35)$$

en donde

$$A(\lambda) = \frac{I\rho_1}{2\pi} A'(\lambda) \quad y$$

$$B(\lambda) = \frac{I\rho_1}{2\pi} B'(\lambda) ,$$

lo que no supone ninguna limitación al ser  $I$  y  $\rho_1$  constantes.

Como en el sustrato se verifica la ecuación de Laplace, obtenemos

$$V_2(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ C(\lambda) e^{\lambda z} + D(\lambda) e^{-\lambda z} \right] d\lambda \quad (36)$$

apareciendo el factor  $\frac{I\rho_1}{2\pi}$  por conveniencia.

Para la resolución del problema debemos determinar las funciones  $A'(\lambda)$ ,  $B'(\lambda)$ ,  $C(\lambda)$  y  $D(\lambda)$  de las ecuaciones (35) y (36) aplicando las condiciones de contorno. Estas son:

a-  $V_2$  debe anularse en el infinito, por lo que

$$C(\lambda) = 0 \quad (37)$$

b- El campo eléctrico no puede tener componente normal a la superficie  $z=0$  ya que el semiespacio superior es aislante. Como esta condición ya la cumple la solución particular  $V_p$  del problema no homogéneo, bastará imponérsela a la solución general del problema homogéneo,  $V_G$ .

De  $\frac{\partial V_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$  se obtiene

$$\frac{\partial V_G}{\partial z} = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ \lambda A'(\lambda) e^{\lambda z} - \lambda B'(\lambda) e^{-\lambda z} \right] d\lambda \quad (38)$$

Particularizando para  $z=0$  y al ser  $J_0(\lambda r) \neq 0$  en general, deberá ser

$$\lambda A'(\lambda) - \lambda B'(\lambda) = 0$$

de donde se deduce

$$A'(\lambda) = B'(\lambda) \quad (39)$$

Sustituyendo en las expresiones de los potenciales

$$V_1(r, z) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left[ e^{-\lambda z} + A'(\lambda) (e^{\lambda z} + e^{-\lambda z}) \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$V_2(r, z) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^\infty D(\lambda) e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

c- De la continuidad de la componente normal de la densidad de corriente  $J$  en la superficie  $z = E$ , que equivale a

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} \Big|_{z=E} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} \Big|_{z=E}$$

se deduce

$$\frac{1}{\rho_1} \left| e^{-\lambda E} + A'(\lambda)(e^{-\lambda E} - e^{\lambda E}) \right| = \frac{1}{\rho_2} D(\lambda)e^{-\lambda E} \quad (40)$$

d- Por la continuidad del potencial en la superficie  $z = E$

$$e^{-\lambda E} + A'(\lambda) \left| e^{\lambda E} + e^{-\lambda E} \right| = D(\lambda)e^{-\lambda E} \quad (41)$$

Eliminando  $D(\lambda)$  entre las dos últimas ecuaciones se obtiene

$$A'(\lambda) = B'(\lambda) = \frac{(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}}{(\rho_2 + \rho_1)e^{\lambda E} - (\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}} \quad (42)$$

y sustituyendo este valor en la expresión (35) obtenemos para el potencial en la primera capa

$$V_1(r, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left| e^{-\lambda z} + \frac{(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}}{(\rho_2 + \rho_1)e^{\lambda E} - (\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}} (e^{\lambda z} + e^{-\lambda z}) \right| \times \\ \times J_0(\lambda r) d\lambda \quad (43)$$

La expresión del potencial en superficie se puede determinar haciendo  $z = 0$  en esta última ecuación

$$V_1(z = 0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left| 1 + 2 \frac{(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}}{(\rho_2 + \rho_1)e^{\lambda E} - (\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}} \right| \times \\ \times J_0(\lambda r) d\lambda \quad (44)$$

o también

$$V_1(z=0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + Ke^{-2\lambda E}}{1 - Ke^{-2\lambda E}} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (45)$$

siendo  $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$  el coeficiente de reflexión.

A la función  $\frac{1 + Ke^{-2\lambda E}}{1 - Ke^{-2\lambda E}}$ , que depende de los espesores y resistividades que definen el corte geoelectrico y del parámetro de integración  $\lambda$ , le llamaremos función característica y la designaremos por  $N(\lambda)$ .

Este procedimiento, que puede extenderse para el caso general de  $n$  capas sin demasiada dificultad, permite expresar el potencial en la superficie de una tierra estratificada, debido a la presencia de un electrodo que inyecta la corriente  $i$  como

$$V(r) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (46)$$

y si es debido a la presencia de dos electrodos de igual emisividad

$$V(r) = \frac{I\rho_1}{\pi} \int_0^\infty N(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (47)$$

esta expresión fue la obtenida por Stefarnusco, otros autores utilizan otras, combinación lineal de la anterior. Por ejemplo,

$$V(r) = \frac{1}{r} + 2 \int_0^\infty \rho(\alpha) J_0(2r\alpha) d\alpha \quad \text{Muskat (1933)}$$

$$V(r) = \frac{C\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \alpha}{\lambda \alpha} f(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{Slichter (1933)}$$

### I.3 EL METODO SEV. DISPOSITIVOS DE MEDIDA

Se llama sondeo eléctrico a una serie de determinaciones de resistividad aparente, efectuada con el mismo tipo de dispositivo y separación creciente entre los electrodos de emisión y recepción. Si el dispositivo es simétrico o asimétrico con un electrodo "de infinito" y en las mediciones permanecen fijos el centro y el azimut del mismo, se le llama sondeo eléctrico vertical (abreviadamente SEV) (Figura 4).

El propósito del SEV es determinar la distribución vertical de resistividades bajo el punto central del dispositivo partiendo de los valores obtenidos de resistividad aparente. Para facilitar esta tarea y poder representar gráficamente los valores de resistividad aparente, en función de la distancia interelectródica, por medio de una curva, es necesario que estas distancias puedan expresarse por una sola variable.

Veremos a continuación los tipos de dispositivos mas empleados en la realización de un SEV y la variable correspondiente.

De una manera general se puede decir que cada dispositivo está compuesto de dos circuitos independientes, uno de emisión o corriente y otro de recepción o de potencial.

El circuito de emisión está compuesto de dos electrodos, A y B, que se clavan en tierra, un generador y un miliamperímetro.

El circuito de recepción consta de dos electrodos, M y N, y un milivoltímetro o cualquier instrumento capaz de medir la diferencia de potencial entre los electrodos M y N (figura 2).

Queda fuera de nuestro objeto la descripción de los instrumentos eléctricos utilizados en la ejecución de los SEV.

En la práctica del SEV los dispositivos mas utilizados son los lineales y simétricos, en los que los electrodos A, M, N y B están dispuestos sobre una línea por este orden y, además, simétricamente respecto al punto central, O, del segmento MN.

Si las distancias entre electrodos consecutivos son iguales, es decir,  $AM = MN = NB = a$ , tenemos el dispositivo Wenner (figura 5). Para este dispositivo, la única variable es la distancia interelectrónica,  $a$ , y la curva de resistividades aparentes se representa en función de esta variable.

Teniendo en cuenta la ecuación (24), haciendo  $r = a$ , obtenemos para la resistividad aparente del dispositivo Wenner

$$\rho_a(a) = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (48)$$

Si consideramos un dispositivo lineal y simétrico en el que la distancia MN es muy pequeña frente a la distancia AB, obtenemos el dispositivo Schlumberger (figura 6). En este caso, llamando  $L = AB/2$  y  $a = MN$ , tenemos al aplicar la ecuación (24)

$$\rho_a = \pi \left( L^2 - \frac{a^2}{4} \right) \frac{\Delta V}{I \cdot a} \quad (49)$$

Si, como hemos dicho,  $a$  es muy pequeño frente a  $r$ , se puede considerar como buena la aproximación

$$\rho_a^{(L)} = \pi L^2 \frac{E}{I} \quad (50)$$

en donde hemos sustituido  $\frac{\Delta V}{a}$  por el campo eléctrico  $E$  y no hemos considerado el término  $a^2/4$ . El error cometido,

$$\epsilon = \frac{L^2 - (L^2 - a^2/4)}{L^2} = \left( \frac{a}{2L} \right)^2$$

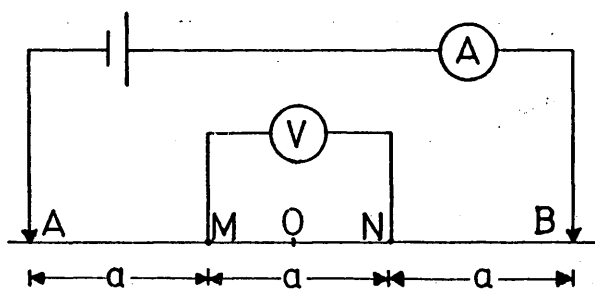


Figura 5.- Dispositivo WENNER.

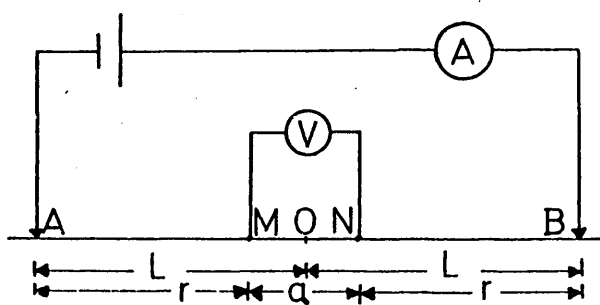


Figura 6.- Dispositivo SCHLUMBERGER.

es muy pequeño frente al debido al ruido geológico. Por ejemplo, para

$$L = 5 a \quad \text{es} \quad \epsilon = 1\%$$

$$L = 10 a \quad \text{es} \quad \epsilon = 0.25\%$$

$$L = 20 a \quad \text{es} \quad \epsilon = 0.06\%$$

$$L = 30 a \quad \text{es} \quad \epsilon = 0.03\%$$

$$L = 100a \quad \text{es} \quad \epsilon = 0.0025\%$$

En lo sucesivo nos referiremos a valores de resistividad aparente obtenidos con este dispositivo.

Hay otro dispositivo, derivado del anterior, el medio Schlumberger o Schlumberger asimétrico, en el que el electrodo B se encuentra tan alejado de los demás que no influye en los valores observados de  $\Delta V$ . La resistividad aparente puede expresarse por

$$\rho_a(L) = 2\pi L^2 \frac{E}{I} \quad (51)$$

Como hemos visto, en los dos últimos dispositivos la variable independiente es  $L$ .

#### I.4 OBTENCION DE LA FUNCION $\rho_a$ PARA EL DISPOSITIVO SCHLUMBERGER A PARTIR DE LA EXPRESION DEL POTENCIAL EN SUPERFICIE

La resolución del problema directo termina cuando se obtiene la función de resistividades aparentes,  $\rho_a$ , para una estratificación conocida, con un determinado dispositivo de medida.

Como ya hemos visto, ecuación (50), para el dispositivo Schlumberger, la resistividad aparente viene dada por



$$\rho_a(r) = \rho r^2 \frac{E}{I}$$

donde  $E = -\frac{\partial V}{\partial r}$  y  $V$  es el potencial en superficie, que viene expresado en la ecuación (47)

Sustituyendo

$$E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{I\rho_1}{\pi} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty N(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda$$

y al ser  $r$  independiente de  $\lambda$ ,

$$E = \frac{I\rho_1}{\pi} \int_0^\infty N(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (52)$$

donde  $J_1(\lambda r)$  es la función de Bessel de primera especie y orden uno.

Llevando esta expresión a la ecuación (50) obtenemos

$$\rho_a(r) = \rho_1 r^2 \int_0^\infty N(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (53)$$

de donde se deduce que la función  $\rho_a(r)$  es la transformada de Hankel de la función característica. El núcleo de la transformación es  $J_1(\lambda r) \cdot \lambda$ .

### 1.5 LA FUNCION DE RESISTIVIDADES VERDADERAS: $\rho(z)$

Esta función expresa directamente el valor de la resistividad a cada profundidad. Para medios estratificados es una función escalonada. Las discontinuidades ocurren para valores de  $Z$  correspondientes a los contactos.

En la determinación de la resistividad aparente, resolución del problema directo, esta función, junto con el dispositivo de medida, representa los datos de partida.

En la resolución del problema inverso, determinación de los parámetros geoelectricos del corte,  $\rho(z)$  representa la función a determinar. En el siguiente capítulo veremos en qué condiciones y la exactitud con que es posible esta determinación.

## I.6 LA FUNCION CARACTERISTICA

Ha sido ya introducida en el apartado 1.2. Como se ha visto, depende directamente de los espesores, resistividades y del parámetro de integración  $\lambda$  y es una expresión de las condiciones de contorno en las superficies de discontinuidad. Su conocimiento es fundamental para la determinación, tanto del potencial en superficie, como de la resistividad aparente y es muy útil, según algunos autores, en la interpretación de los datos de campo.

Han sido varios los autores que han estudiado esta función. Unos, siguiendo a Stefanescu, solo consideran la parte que corresponde al potencial perturbador debido a la presencia de mas de una capa.

De la expresión (44) tenemos

$$N(\lambda) = 1 + 2 \frac{(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}}{(\rho_2 + \rho_1)e^{\lambda E} - (\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda E}} = 1 + 2N'(\lambda) \quad (54)$$

a  $N'(\lambda)$  le llamaremos función característica de Stefanescu y a  $N(\lambda)$  función característica de Slichter, que admite dos representaciones algebraicas distintas, que llamaremos de King y de Vanyau por haber sido utilizadas por dichos autores.

En lo que sigue, si no se especifica lo contrario, nos referimos a la función de Slichter, ya que su representación logarítmica en función de  $1/\lambda$  es una curva de propiedades semejantes a la de resistividades aparentes y a la de Dar Zarrouk, que definiremos mas adelante, según demostró ORELLANA (1965).

Como ya hemos visto para dos capas

$$N_2(\lambda) = \frac{1 + K e^{-2\lambda E}}{1 - K e^{-2\lambda E}} \quad (55)$$

y siguiendo el mismo procedimiento se puede obtener para un corte de tres capas

$$N_3(\lambda) = \frac{1 + K_1 e^{-2\lambda E_1} + K_2 e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} + K_1 K_2 e^{-2\lambda E_2}}{1 - K_1 e^{-2\lambda E_1} - K_2 e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} + K_1 K_2 e^{-2\lambda E_2}} \quad (56)$$

siendo  $K_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i}$  el factor de reflexión entre dos capas, pero este procedimiento es largo y tedioso en el caso de 4,5 o mas capas. Afortunadamente algunos autores (SUNDE, 1949; FLATHE, 1955; VANYAU et al., 1962; ORELLANA, 1965; KOEFOED, 1968) han encontrado fórmulas de recurrencia para facilitar su cálculo.

A continuación se expone el algoritmo de Sunde para n capas, que será utilizado en la subrutina KERNEL, en Fortran IV, para el cálculo de la función característica.

Se parte del factor de reflexión para las dos últimas capas,  $K_{n-1} = L_1$ , y se van calculando sucesivamente  $M_1, L_2, M_2$ , etc., hasta llegar a  $M_{n-1} = N_n$ .

$$\begin{aligned}
L_1 &= \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} \\
M_1 &= \frac{1 + L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}}{1 - L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}} \\
&\dots\dots\dots \\
L_i &= \frac{M_{i-1} \rho_{n-i+1} - \rho_{n-i}}{M_{i-1} \rho_{n-i+1} + \rho_{n-i}} \\
M_i &= \frac{1 + L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}}{1 - L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}} \\
&\dots\dots\dots \\
L_{n-1} &= \frac{M_{n-2} \rho_2 - \rho_1}{M_{n-2} \rho_2 + \rho_1} \\
M_{n-1} &= \frac{1 + L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}}{1 - L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}} = N_n
\end{aligned} \tag{57}$$

KING (1932) expresó la función característica no en función de los coeficientes de reflexión y exponenciales, sino de las resistividades y tangentes hiperbólicas.

Teniendo en cuenta que

$$\text{Th } x = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}, \quad e^{-2x} = \frac{1 - \text{Th } x}{1 + \text{Th } x}$$

tenemos, para el corte de dos capas

$$N_2(\lambda) = \frac{\rho_2 + \rho_1 \text{Th } \lambda E}{\rho_1 - \rho_2 \text{Th } \lambda E} \tag{58}$$

y para el de tres

$$N_3(\lambda) = \frac{\rho_2 \rho_3 + \rho_2^2 \operatorname{Th} \lambda E_2 + \rho_1 \rho_2 \operatorname{Th} E_1 + \rho_1 \rho_3 \operatorname{Th} \lambda E_1 \operatorname{Th} \lambda E_2}{\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 \operatorname{Th} \lambda E_2 + \rho_2 \rho_3 \operatorname{Th} \lambda E_1 + \rho_2^2 \operatorname{Th} \lambda E_1 \operatorname{Th} \lambda E_2} \quad (59)$$

Si en la expresión (58) hacemos

$$\rho_2/\rho_1 = \operatorname{Th} x \quad (60)$$

o bien  $x = \operatorname{Th}^{-1} \rho_2/\rho_1$

tenemos

$$N_2(\lambda) = \frac{\operatorname{Th} x + \operatorname{Th} \lambda E}{1 + \operatorname{Th} x \operatorname{Th} \lambda E} = \operatorname{Th}(x + \lambda E) = \operatorname{Th}(\lambda E + \operatorname{Th}^{-1} \rho_2/\rho_1) \quad (61)$$

y, en general, para n capas

$$N_n(\lambda) = \operatorname{Th} \left\{ E_1 \lambda + \operatorname{Th}^{-1} \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \operatorname{Th}(E_2 \lambda + \dots + \operatorname{Th}^{-1} \frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}) \dots \right] \right\} \quad (62)$$

expresión que fue utilizada por VANYAN et al. (1962) y que es la única que permite escribir directamente la fórmula general para n capas.

Tiene un inconveniente, que la expresión (60) solo tiene sentido si  $\rho_2/\rho_1 < 1$  y si se verifica que  $\rho_2/\rho_1 > 1$  habría que utilizar la función cotangente hiperbólica en la expresión general. Esto hace que solo se pueda utilizar la expresión de Vanyan si se conocen todas las resistividades.

### 1.7 PARAMETROS Y CURVA DE DAR ZARROUK

Los parámetros  $T$  y  $S$ , llamados resistencia transversal y conductancia longitudinal unitarias, respectivamente, fueron introducidos por MAILLET (1947), quien también los llamó parámetros de Dar Zarrouk.

Se definen mediante las expresiones

$$T(z) = \int_0^z \rho(z) dz \quad (63)$$

$$S(z) = \int_0^z dz/\rho(z)$$

siendo  $z$  la profundidad.

Entre dos niveles cualesquiera se puede definir análogamente

$$T(z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \rho(z) dz \quad (64)$$

$$S(z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} dz/\rho(z)$$

Para una capa de la estratificación de la figura 1, tendremos

$$\begin{aligned} T_i &= \rho_i \cdot E_i \\ S_i &= E_i/\rho_i \end{aligned} \quad (65)$$

para la estratificación en su conjunto, hasta la profundidad  $z = E_1 + \dots + E_{n-1}$

$$\begin{aligned}
 T^{n-1} &= \sum_{i=1}^{n-1} T_i \\
 S^{n-1} &= \sum_{i=1}^{n-1} S_i
 \end{aligned}
 \tag{66}$$

y para una profundidad intermedia,  $z'$ , dentro de la capa  $i+1$

$$\begin{aligned}
 T(z') &= T^i + (z' - z_i) \rho_{i+1} \\
 S(z') &= S^i + (z' - z_i) / \rho_{i+1}
 \end{aligned}
 \tag{67}$$

expresiones en  $z$  que pueden considerarse como ecuaciones paramétricas de la curva  $S = S(T)$  o  $T = T(S)$ .

Consideremos las  $n$  primeras capas de un corte geoelectrico. Sea  $E$  el espesor total del conjunto y  $T$  y  $S$  los parámetros de Dar Zarrouk correspondientes.

Si consideramos un medio homogéneo del mismo espesor  $E$  e iguales parámetros  $T$  y  $S$  podemos definir unas resistencias longitudinal y transversal de la forma

$$\begin{aligned}
 T &= E \cdot \rho_{\perp} \\
 S &= E / \rho_{\parallel}
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

donde, al no ser generalmente  $\rho_{\perp}$  igual a  $\rho_{\parallel}$  el medio sería homogéneo, pero no isotrópico.

Se pueden definir entonces una resistividad media  $\rho_m$  y un coeficiente de anisotropía,  $A$

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{\perp} \cdot \rho_{\parallel}} \quad (69)$$

$$A = \sqrt{\rho_{\perp} / \rho_{\parallel}}$$

verificándose entonces

$$\rho_{\perp} = A \cdot \rho_m \quad (70)$$

$$\rho_{\parallel} = \rho_m / A$$

y, sustituyendo en la expresión (68)

$$T = AE \rho_m \quad (71)$$

$$S = AE / \rho_m$$

lo que demuestra que un medio compuesto de una sola capa de espesor AE y resistividad  $\rho_m$  presenta las mismas T y S que el paquete de capas original.

Llamando al producto AE "pseudoespesor", siguiendo a Maillet, y representándolo por Az, tenemos

$$T(z) = Az \cdot \rho_m \quad (72)$$

$$S(z) = Az / \rho_m$$

de donde

$$Az = (T \cdot S)^{1/2} \quad (73)$$

$$\rho_m = (T/S)^{1/2}$$

Dado un corte geoelectrico podemos calcular mediante las expresiones (67) los parámetros de Dar Zarrouk para cada profundidad z y, teniendo en cuenta las (73), la resistividad media,  $\rho_m(z)$ ,



y el pseudoespesor,  $Az(z)$ , que pueden considerarse como ecuaciones paramétricas de la curva  $\rho_m = \rho_m(az)$ , (ORELLANA, 1965), que llamaremos curva de Dar Zarrouk (abreviadamente CDZ).

Para obtener la expresión general de esta curva, considerando

$$x = \ln(Az) = \frac{1}{2} \left| Lu \cdot T + \ln S \right| \quad (74)$$

$$y = \ln(\rho_m) = \frac{1}{2} \left| Lu \cdot T - \ln S \right|$$

teniendo en cuenta las expresiones (67), derivando y llamando por comodidad  $\rho_{i+1} = \rho$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{1}{2} \frac{S\rho^2 + T}{ST\rho} \quad (75)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{1}{2} \frac{S\rho^2 - T}{ST\rho}$$

de donde

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S\rho^2 - T}{S\rho^2 + T} = \frac{\rho^2 - \rho_m^2}{\rho^2 + \rho_m^2} = \frac{\rho^2 - e^{24}}{\rho^2 + e^{24}} \quad (76)$$

que representa la ecuación diferencial del arco de la CDZ que corresponde a una capa de resistividad  $\rho$ .

Integrando

$$C \cdot e^x = \frac{e^y}{e^{24} - \rho^2} \quad (77)$$

o bien

$$C \cdot Az = \frac{\rho_m}{\rho_m^2 - \rho^2} \quad (78)$$

donde la constante  $C$  depende de los parámetros de las capas situadas por encima de la que se considera y de la resistividad de ésta.

La CDZ se compone de tantos arcos como capas tenga el corte. El primero es una recta horizontal desde  $Az = 0$  hasta  $Az = E_1$  de ecuación

$$\rho_m = \rho_1$$

y los siguientes vienen definidos por la ecuación (78).

Los arcos correspondientes a cada capa son asintóticos al valor de su resistividad y se interrumpen en los puntos  $(Az, \rho_m)$  definidos por las ecuaciones (73), donde  $T$  y  $S$  representan los parámetros de Dar Zarrouk hasta el nudo de la capa considerada, excepto el correspondiente a la última capa que es indefinido por la derecha y asintótico al valor de su resistividad verdadera.

Si la última capa es perfectamente aislante, el arco correspondiente es una semirrecta de pendiente  $+1$  y, si es perfectamente conductora la pendiente de la semirrecta es  $-1$ .

Estas propiedades se encuentran demostradas en MAILLET (1947) y ORELLANA (1963, 1965).

De la expresión (78) y de estas propiedades se deduce que las ecuaciones de los arcos vienen dadas por

$$\rho_m = \rho_1 \quad Az \leq E_1$$

$$\frac{1}{T_1 - S_1 \rho_2^2} Az = \frac{\rho_m}{\rho_m^2 - \rho_2^2}, \quad E_1 \leq Az \leq \sqrt{(T_1 + T_2)(S_1 + S_2)}$$

.....

$$\frac{1}{\sum_{j=1}^{i-1} T_j - \sum_{j=1}^{i-1} S_j \rho_i^2} Az = \frac{\rho_m}{\rho_m^2 - \rho_i^2}, \quad \sqrt{\sum_{j=1}^{i-1} T_j \cdot \sum_{j=1}^{i-1} S_j} \leq Az \leq \sqrt{\sum_{j=1}^i T_j \cdot \sum_{j=1}^i S_j}$$

En las que, para determinar la constante C, se ha impuesto que dos arcos consecutivos deben cruzarse en un punto anguloso, cuyas coordenadas vienen dadas por la ecuación (73).

Estas expresiones fueron utilizadas en la subrutina CALROM, en Fortran IV, que se empleará mas adelante para calcular numéricamente la CDZ del corte considerado.

## CAPITULO II

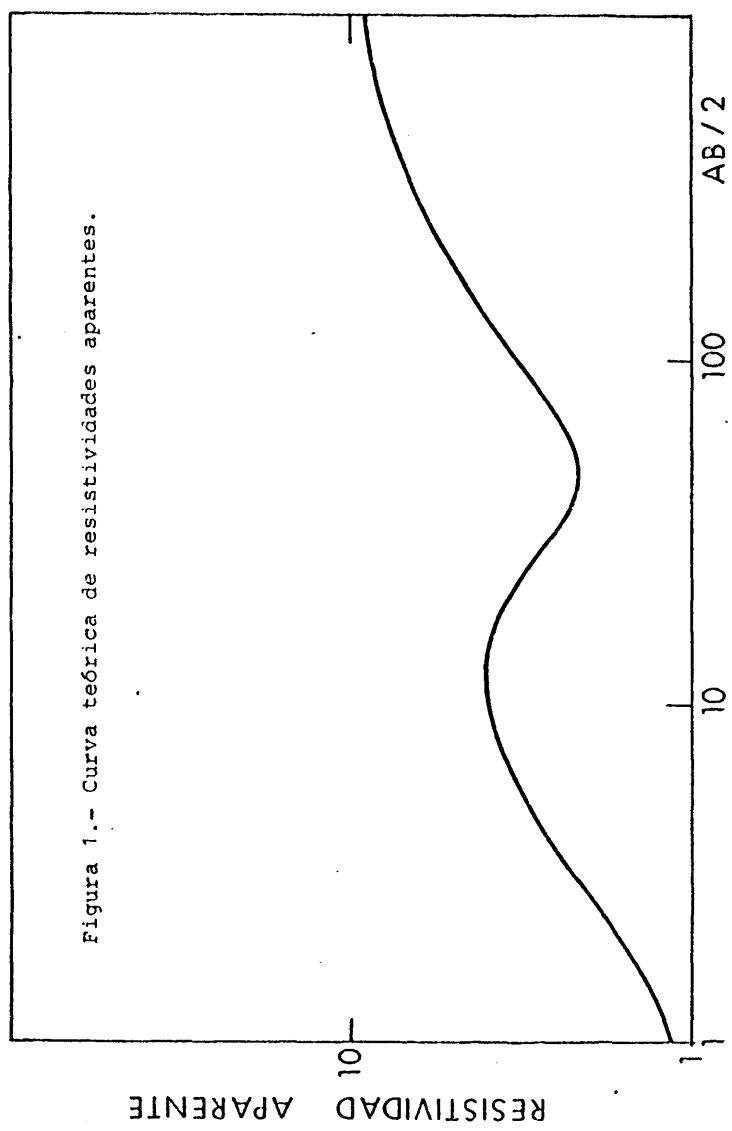
## LA INTERPRETACION DE CURVAS DE SEV

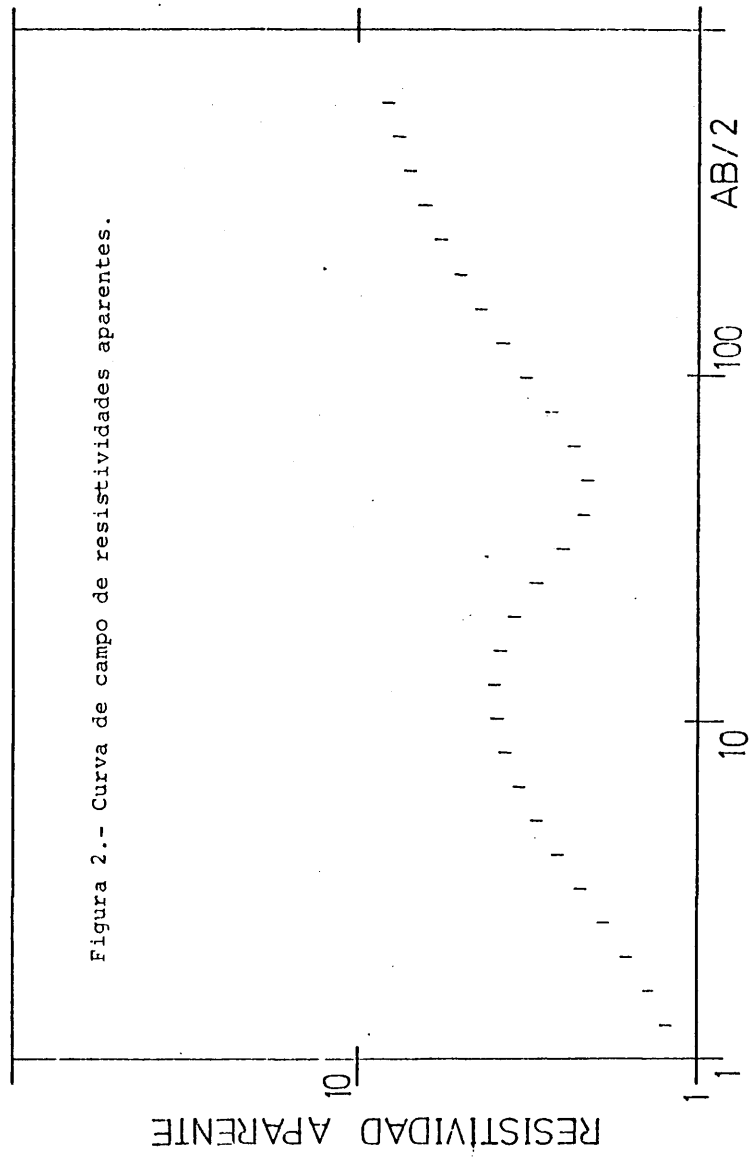
## II.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de la interpretación de SEV suele definirse diciendo que es encontrar la distribución vertical de resistividades, o corte geoelectrico, que existe bajo el punto sondeado, partiendo de la curva de resistividades aparentes proporcionada por el SEV. Esta definición es inadecuada, según se ve a continuación:

a- Lo que se obtiene en cada SEV no es la curva continua  $\rho_a = \rho_a(\overline{AB}/2)$ , definida para  $\overline{AB}/2$  entre cero e infinito, sino un muestreo de una parte de ella, de modo que, en vez de infinitos puntos, lo que se tiene son solo unos cuantos. Además, las resistividades aparentes observadas adolecen, como toda medida física, de errores cuyo valor probable suele estimarse entre el 2 y el 5 por ciento. En consecuencia, los datos de partida no pueden representarse como en la figura 1, sino como se indica en la figura 2.

b- Al ser incompletos e inexactos los datos de partida, lo mismo habrá de ocurrirle al corte geoelectrico que de ellos se obtiene. Es mas, sucede que el problema inverso del SEV adolece de cierta inestabilidad, es decir, una variación pequeña en los datos de entrada,  $\rho_a(r)$ , puede producir otra grande en los resultados,  $\rho(z)$ . En consecuencia, a cada curva de SEV observada no corresponde un corte geoelectrico único, sino un cierto dominio de lo que se podría llamar espacio de los cortes geoelectricos.





Dentro de él debe elegirse aquel corte que coincida mejor con la información adicional disponible, como datos geológicos, sondeos mecánicos, SEV próximos, etc.

En vista de esto, debe decirse que la interpretación de una curva de SEV consiste en el establecimiento de un corte geoelectrico compatible con la información adicional y al que corresponda una curva de SEV cuyas discrepancias con el muestreo de partida sean inferiores al error admitido. Ello no garantiza, sin embargo, que el corte obtenido coincida con el real.

Hay un método seguro para la eliminación de interpretaciones falsas, en el sentido de no corresponder a la curva de campo de partida, que consiste en el cálculo de la curva teórica correspondiente al corte hallado y en la ulterior comparación de dicha curva con la de campo, de la que se había partido. Si la discrepancia entre ellas es mayor que el error admitido en las mediciones, el corte hallado no puede considerarse como solución. En tal caso, pueden haber ocurrido dos cosas: o bien se ha cometido un error en la aplicación del método interpretativo, o este último no es correcto. De este modo pueden desecharse los métodos inadecuados.

Una vez encontrado un corte solución, hay que buscar el significado geológico de tales resistividades. Esta segunda etapa depende fundamentalmente de correlaciones entre datos físicos y geológicos, mientras que la anterior, de la que nos ocuparemos en lo sucesivo, se basa en leyes físico-matemáticas.

## II.2 LOS PRIMEROS METODOS INTERPRETATIVOS

En el desarrollo histórico del SEV se han admitido, sucesivamente, varios principios discordantes con la realidad que, aunque falsos, no deben despreciarse totalmente, pues sirvieron pa-

ra mantener la fe en el método, de modo que su uso no se abandonó, por lo que pudo llegarse al establecimiento de bases mas sólidas.

Tan pronto como se llegó a la idea del sondeo eléctrico, esto es, a la de la ejecución en el mismo lugar de una serie de mediciones de resistividad aparente con distintas distancias interelectródicas,  $\overline{AB}$  crecientes, se trató de establecer una teoría del método, recurriendo a hipótesis de aparente sentido común y lo mas sencillas posibles.

Entre estas hipótesis tuvo mucho éxito la de que la resistividad aparente medida con una distancia  $\overline{AB}$  (con el dispositivo Wenner), no era otra cosa que la resistividad verdadera a cierta profundidad, igual a una fracción fija de dicha distancia (GISH y ROONEY, 1925). De esta hipótesis se dieron algunas pretendidas demostraciones, inválidas porque aplicaban a medios heterogéneos ciertas expresiones matemáticas que solo se cumplen en medios homogéneos. Esta hipótesis hubo de ser abandonada finalmente ante su fácil refutación, tanto teórica como experimental. En la realidad, cada valor de resistividad aparente está influido por todas las resistividades verdaderas presentes en el corte geoelectrico, aunque con peso diferente para cada una de ellas.

Otra de las hipótesis iniciales afirmaba que las profundidades de los cambios de resistividad, esto es, de los techos o muros de las capas, serían iguales a las distancias interelectródicas en que la curva de SEV presenta máximos, mínimos o puntos de inflexión. Por otra parte no se indicaba el modo de calcular la resistividad de cada capa, dato necesario para su identificación, lo que constituía un grave inconveniente. En todo caso, pudo comprobarse que las profundidades obtenidas por este método no coincidían casi nunca con las reales. Ello puede verificarse en cualquier colección de curvas teóricas.



Aparte de estos métodos, en la misma época se propusieron otros, aparentemente mas sofisticados, que utilizaban derivadas o integrales de la curva de SEV. Tales procedimientos se basaban, explicita o implícitamente, en algunas de las hipótesis mencionadas o en otras tan faltas de base real como ellas, por lo que cayeron en desuso hace tiempo.

Obsérvese que estas técnicas primitivas de interpretación suponían que la solución era única y de fácil obtención. Ambas cosas no se cumplen en general.

Mas información sobre este tema se puede encontrar en MOONEY (1954) y ORELLANA (1965).

### II.3 INTERPRETACION CUANTITATIVA

La finalidad de la interpretación cuantitativa es determinar la distribución espacial de resistividades, partiendo de los datos de resistividad aparente obtenidos en el campo.

Puede definirse tambien como la resolución del problema inverso.

Previamente, a veces al mismo tiempo que el trabajo de campo, puede ser conveniente realizar una interpretación cualitativa, que tiene como objeto conseguir una primera aproximación de la estructura del subsuelo estudiado y donde solo se determinan relaciones de desigualdad, tales como delimitación de áreas de diferentes condiciones geológicas, zonas de profundidad máxima o mínima de un horizonte guía, etc.

Una descripción de los métodos mas interesantes puede encontrarse en KALENOV (1974), SEARA (1980) y ORELLANA (1966,

1982).

Son muchos los métodos de interpretación cuantitativa desarrollados. Los clasificaremos en gráficos y numéricos, y estos últimos en directos e iterativos, aunque se podrían clasificar de otro modo, por ejemplo, atendiendo al dominio en que trabajen para obtener la solución.

Debemos insistir en que la interpretación es un problema ambiguo, en el sentido de que admite mas de una solución, y hay que buscar aquella que armonice mas con los datos complementarios disponibles, ya sean de otros métodos, ya sean geológicos, de SEV próximos, etc.

#### II.4 LOS METODOS GRAFICOS

El primer avance importante en la teoría de los sondeos eléctricos fue la obtención de fórmulas rigurosas para el cálculo de la curva de resistividades aparentes (curva de campo) correspondiente a un corte geoeléctrico dado. Este avance se debió en primer lugar a HUMMEL (1929) y, sobre todo, a STEFANESCO et al. (1930).

Las fórmulas halladas requerían el cálculo de series de muy lenta convergencia, por lo que solo se calculó y publicó la familia de curvas para cortes de dos capas, de cómputo relativamente fácil. La C.G.G. preparó, hacia 1935, un catálogo de curvas para cortes de tres capas que permaneció inédito, salvo en la Unión Soviética, hasta 1955, año en que fue publicado parcialmente.

El problema práctico del cálculo de curvas teóricas fue resuelto con la aparición de los ordenadores electrónicos. Por ello, pudieron calcularse y editarse colecciones o catálogos de

curvas, como las de MOONEY y WETZEL (1957), ORELLANA y MOONEY (1967), E.A.E.G. (1969).

La disponibilidad de amplias colecciones de curvas llevaba a un nuevo método de interpretación, consistente en la comparación de cada curva de campo con las del catálogo de curvas teóricas, también llamadas curvas maestras o patrón.

Esta comparación se facilitaba notablemente si ambas estaban trazadas en escala bilogarítmica (ORELLANA, 1972).

Si la curva obtenida en el campo coincidía con alguna del catálogo se tenía una solución al problema. Ello no excluía la posible existencia de otro u otros cortes geoeléctricos cuyas curvas de campo se encontrasen dentro del mismo margen. De estos cortes posibles en principio, solo uno sería válido en la práctica, aquel que coincidiera con el real.

Aparte de la ambigüedad del método de comparación de las curvas de campo con las teóricas, se encontró una gran dificultad práctica: la imposibilidad de disponer de un catálogo de curvas que abarcara todos los casos posibles o, al menos, los usuales.

En efecto, si se toman como ejemplo los cortes de cuatro capas, cada uno de ellos definido por siete parámetros que se reducen a cinco por normalización, y elegimos para cada uno de ellos diez valores posibles, lo que no es excesivo, resultan 100.000 casos, lo que llevaría a una colección de manejo imposible, máxime si se considera la necesidad de trabajar con cortes de más capas.

Esta dificultad fue salvada por el método del punto auxiliar, publicado en primer lugar por EBERT (1943) y después desarrollado por varios autores, entre ellos, CAGNIARD (1952),

KOEFOED (1960), HOMILIUS (1961), ZOHDY (1965), ORELLANA y MOONEY (1967).

Este método está basado en la descomposición de cada curva de  $n$  capas en tramos sucesivos de tres capas por medio de una serie de construcciones gráficas.

El material necesario, en la última versión del método, se reduce a una colección de unas 800 o 1.000 curvas para cortes de tres capas y dos ábacos auxiliares.

Una descripción completa del método puede encontrarse, además de en la bibliografía citada, en KOEFOED (1979).

El método del punto auxiliar, correctamente utilizado, resuelve el problema de la interpretación de curvas de SEV dentro de ciertas limitaciones. Estas son de dos tipos. Por una parte, si el número de capas del corte excede de seis o siete, la acumulación de errores hace inviable el método. Por otra, éste tiene escaso poder de resolución, de modo que no permite detectar ni interpretar capas delgadas. Por ejemplo, la serie de curvas para cortes de cinco capas que publicó FLATHE (1963), que corresponden a casos interesantes en Hidrología, no pueden abordarse con el método del punto auxiliar.

## 11.5 EL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA

Uno de los primeros resultados prácticos del cálculo de colecciones de curvas patrón fue el descubrimiento, por la escuela prospectiva francesa, del que ellos llamaron "principio de equivalencia" (MAILLET, 1947), que es un caso particular de la ambigüedad, y que se explica en función de los llamados, por el citado autor, parámetros de Dar Zarrouk, que ya han sido definidos en el capítulo I.

Se observó que, en determinadas condiciones, una capa de un corte geoelectrico podía sustituirse por otra, con el mismo valor de  $T$  (equivalencia en  $T$ ) o de  $S$  (equivalencia en  $S$ ), sin que la correspondiente curva de resistividades aparentes sufriese variación superior al error de observación usual en el trabajo de campo.

Las condiciones para que se presente este fenómeno se han solido especificar diciendo que la capa equivalente posee una resistividad relativa muy grande o muy pequeña, además de ser delgada. Mas exacto y riguroso es decir (ORELLANA, 1972) que la equivalencia se produce, bien en las capas cuya  $T$  es muy pequeña respecto a la  $T$  total de las capas suprayacentes (equivalencia en  $S$ ), bien en aquellas que tienen una  $S$  muy pequeña comparada con la total de las capas que tiene por encima (equivalencia en  $T$ ).

Este fenómeno quedaba confirmado por la práctica del método del punto auxiliar. En la enunciación clásica del principio se suponía que solo se alteraba la capa equivalente, sin alteración de las demás, por lo que la profundidad de su techo quedaba invariable. Sin embargo, en la práctica del punto auxiliar se observa que, cuando se modifica la interpretación de una capa equivalente, tomando un nuevo valor para su resistividad, se obtiene mejor ajuste si se modifica algo la profundidad de su techo. Este fenómeno, no mencionado en la literatura consultada, salvo en ORELLANA y HERNANDEZ (1979), se explicará con mas detalle en el capítulo IV.

## II.6 LOS METODOS NUMERICOS

Las técnicas de análisis numérico y, en especial, el cálculo electrónico, han causado una revolución en los procesos in-

terpretativos de la prospección geoelectrica. Esta revolución, que aún no ha terminado, es, en cierto modo, equivalente a la llamada "revolución digital" en la prospección sísmica.

En el caso concreto de los SEV, ahora se puede efectuar interpretaciones mucho mas detalladas y precisas que las habituales hasta hace poco. Por otra parte, los estudios realizados para la aplicación al SEV de métodos numéricos han servido tambien para aclarar conceptos básicos y para la refutación de creencias erroneas, implícitamente aceptadas por los especialistas en el tema.

Como ya se ha dicho, estos métodos pueden clasificarse en directos, cuando determinan una solución de la curva de campo sin recalcular ésta, e iterativos, en los que se obtiene una solución aproximada que se va mejorando por aproximaciones sucesivas.

Algunos de estos métodos constan tambien de una parte gráfica, por lo que podrían considerarse mixtos. Tambien se podrían clasificar atendiendo al dominio en que se efectua la interpretación, resistividades aparentes, función característica o curva de Dar Zarrouk.

En la descripción que sigue de los métodos numéricos que hemos considerado mas importantes, se especificarán estas características.

#### MÉTODOS DE VOZOFF Y DE BICHARA- LAKSHMANAN

VOZOFF (1958) fue el primero en utilizar un método iterativo, en el dominio de la función característica de Slichter, para interpretar curvas de SEV.

Este método se basa en el procedimiento de ajuste de gra-

diente máximo (steepest descent) descrito por HOUSEHOLDER (1953), que permite adaptar los valores de los parámetros en una relación no lineal, hasta encontrar un buen ajuste con los datos observados.

De los datos de resistividad aparente pasaba a la función característica mediante la relación

$$N(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{\rho_a(r)}{\rho_1 \cdot r} \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr$$

integral que calculaba numericamente.

De la función  $N(\lambda)$  se determina una solución aproximada y, después de calcular la función característica de este corte,  $N'(\lambda)$ , se intenta, variando los parámetros del corte, minimizar, por medio del procedimiento ya citado, las diferencias entre estas dos funciones. Estas diferencias vienen definidas por

$$\Delta N(\lambda) = \sum_i (N(\lambda_i) - N'(\lambda_i))^2$$

BICHARA y LAKSHMANAN (1976) modificaron parcialmente este método al considerar errores relativos de la función característica y variaciones relativas de los parámetros. Otra diferencia fundamental es que obtienen la función característica, no por integración numérica, sino por medio de filtros, que no eran conocidos en la época del artículo de Vozoff.

#### METODO DE KUNETZ Y ROCROI

KUNETZ y ROCROI (1970) fueron de los primeros en publicar un método numérico directo para la interpretación de curvas de SEV. Estos autores, que consideran el subsuelo compuesto de capas de igual espesor,  $h_0$ , aunque varias de ellas consecutivas

pueden tener la misma resistividad, utilizan una expresión integral alternativa de la resistividad aparente.

Considerando las variables adimensionales

$$t = \frac{r}{2h_0}$$

$$y(t) = \frac{\rho_a(r)}{\rho_1}$$

esta expresión es:

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \phi(\theta, \rho_j, h_j) \cdot t^2 \cdot \theta \cdot K_1(\theta t) \cdot d\theta$$

donde  $K_1(\theta t)$  es la función de Bessel de segunda especie y orden 1,  $\phi(\theta, \rho_j, h_j)$  es una función positiva o nula que representa la transformada de Fourier de la sucesión de imágenes en los distintos contactos.

Una vez conocida  $\phi(\theta)$ , su transformada inversa permite determinar las resistividades de las capas.

De esta primera solución, solución bruta, se obtiene mas tarde, suavizando automaticamente la curva de Dar Zarrouk, una solución compatible con los datos adicionales disponibles. Si la curva de resistividades aparentes teórica difiere de la de campo en menos del error admitido se da por finalizado el proceso.

#### LA CONVOLUCION EN EL SEV

Antes de seguir con la descripción de los distintos métodos de interpretación es conveniente detenerse en un punto que ha impulsado notablemente el desarrollo de estos métodos.



Dado un corte por los espesores y resistividades de sus capas, la curva de resistividades aparentes que le corresponde viene dada, como ya hemos visto, por

$$\rho_a(r) = \rho_1 r^2 \int_0^{\infty} N(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda$$

Esta integral solo puede calcularse numericamente, para lo que se usaba generalmente un desarrollo en serie de lenta convergencia, por lo que, para distancias  $r$  que no fueran pequeñas, se hacía necesaria la suma de centenares y aún millares de términos.

KUNETZ (1966) indicó un cambio de variables que transforma la expresión anterior en una integral de convolución. Dicho cambio consiste en la introducción de dos nuevas variables  $x, y$ , tales que

$$x = \ln r$$

$$y = -\ln \lambda$$

sustituyendo en la integral se obtiene

$$\rho_a(x) = \int_{-\infty}^{\infty} N(y) \cdot J_1(x - y) \cdot e^{2(x-y)} dy$$

que representa una integral de convolución. Llamando

$$I(x - y) = J_1(x - y) \cdot e^{2(x-y)}$$

se puede representar simbólicamente por

$$\rho_a(x) = N(x) * I(x)$$

Una vez conocida la función  $I(x)$ , los valores digitizados de esta función dan los coeficientes del filtro que permite el paso de la función característica a la de resistividades apa-

rentes.

Analogamente, de

$$N(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \rho_a(r) \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr$$

se obtiene

$$N(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_a(x) \cdot J_1(-(y-x)) \cdot dx$$

y llamando

$$D(x - y) = J_1(-(y - x))$$

obtenemos

$$N(x) = \rho_a(x) * D(x)$$

con lo que, una vez conocida  $D(x)$ , se puede obtener la función característica mediante la convolución de este filtro con la función de resistividades aparentes.

El primero en aprovechar esta idea fue GHOSH (1971), que calculó filtros cortos para transformar la función característica en la curva de resistividades aparentes e inversamente.

JOHANSEN (1975) y NYMAN y LANDISMAN (1977) han publicado filtros mas largos y exactos. Los coeficientes dados por Ghosh y Johansen se muestran en tablas a continuación.

Posteriormente SEARA (1979) ha dado un programa para determinar los coeficientes del filtro para cualquier número de ellos y el intervalo de muestreo que se desee.

El cálculo de curvas de SEV por convolución es de precisión limitada, pero muchísimo mas rápido que el de desarrollo en se-

Coefficientes del filtro obtenido por GHOSH, correspondientes a un intervalo de muestreo de 3 puntos por ciclo, para el dispositivo Schlumberger.

---

Filtro largo para la obtención de la función característica

$a_{-3}$	$a_{-2}$	$a_{-1}$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
0.0060	-0.0783	0.3999	0.3492	0.1675	0.0858	0.0358	0.0198
$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$				
0.0067	0.0051	0.0007	0.0018				

---

Filtro corto para la obtención de la función característica

$a_{-2}$	$a_{-1}$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
-0.0723	0.3999	0.3492	0.1675	0.0858	0.0358	0.0198	0.0067	0.0076

---

Filtro corto para la obtención de la función de resistividades aparentes

$b_{-3}$	$b_{-2}$	$b_{-1}$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
0.0225	-0.0499	0.1064	0.1854	1.9720	-1.5716	0.4018	-0.0814	0.0148

Coefficientes del filtro de JOHANSEN correspondiente a un intervalo de muestreo de 10 puntos por ciclo.  $\Delta x = (\ln 10)/10$ ,  $j_1 = -100$ ,  $j_2 = 40$ ,  $\sum_{j=-\infty}^{-100} c^{(j)} = 6.174 \times 10^{-5}$ ,  $\sum_{j=40}^{\infty} c^{(j)} = 6.0905 \times 10^{-4}$ , Desplazamiento  $= -1.7239458$ .

j	$c^{(j)} \times 10^8$	j	$c^{(j)} \times 10^8$	j	$c^{(j)} \times 10^8$	j	$c^{(j)} \times 10^8$
-99	-12484	-64	28016	-29	-110741	6	61285163
-98	12726	-63	-28830	-28	117248	7	-29362551
-97	-12975	-62	29680	-27	-124303	8	15817356
-96	13231	-61	-30568	-26	132085	9	-9504597
-95	-13494	-60	31496	-25	-140461	10	6226174
-94	13765	-59	-32467	-24	149959	11	-4353505
-93	-14043	-58	33484	-23	-159826	12	3198475
-92	14330	-57	-34549	-22	171917	13	-2441493
-91	-14625	-56	35666	-21	-182946	14	1920840
-90	14930	-55	-36838	-20	199955	15	-1548505
-89	-15244	-54	38069	-19	-209469	16	1273595
-88	15567	-53	-39363	-18	239052	17	-1065148
-87	-15901	-52	40724	-17	-234543	18	903512
-86	16246	-51	-42156	-16	304916	19	-775750
-85	-16602	-50	43666	-15	-234124	20	673079
-84	16971	-49	-45259	-14	453990	21	-589375
-83	-17352	-48	46940	-13	-106745	22	520264
-82	17746	-47	-48717	-12	899282	23	-462558
-81	-18154	-46	50596	-11	550573	24	413891
-80	18577	-45	-52587	-10	2442523	25	-372478
-79	-19015	-44	54697	-9	3250077	26	336951
-78	19469	-43	-56936	-8	7926675	27	-306251
-77	-19941	-42	59314	-7	13023345	28	279543
-76	20429	-41	-61845	-6	25610307	29	-256168
-75	-20936	-40	64540	-5	41150741	30	235594
-74	21463	-39	-67414	-4	64231809	31	-217394
-73	-22009	-38	70484	-3	72803988	32	201216
-72	22577	-37	-73767	-2	36118538	33	-186773
-71	-23166	-36	77284	-1	-100406442	34	173826
-70	23779	-35	-81057	0	-242172543	35	-162176
-69	-24416	-34	85111	1	20052460	36	151657
-68	25079	-33	-89475	2	444506381	37	-142126
-67	-25768	-32	94183	3	-489348908	38	133463
-66	26487	-31	-99267	4	294899398	39	-125568
-65	-27235	-30	104775	5	-137791072		

rie.

Esta rapidez de cálculo ha sido aprovechada en métodos de interpretación automática, JOHANSEN (1975), ZOHDY (1975), KOEFOED (1976), bien para determinar mas fácil y rapidamente la función característica (Koefoed), bien para, partiendo de un corte aproximado y sucesivas variaciones de éste, determinar un corte cuya curva de resistividades aparentes difiera de la dada en menos del error experimental (Johansen, Zohdy).

#### METODO DE KOEFOED

PEKERIS (1940) publicó un método directo de interpretación, parcialmente numérico y parcialmente gráfico, en el dominio de la función característica.

Se basa esencialmente en efectuar sucesivas reducciones de la función característica, eliminando en cada una de ellas el efecto de la capa superior hasta llegar al sustrato.

Partiendo de la última expresión del algoritmo de Sunde, ya expuesto en el capítulo I:

$$\{L_{n-1}(\lambda) \cdot e^{-2\lambda E_1}\}^{-1} = \frac{N(\lambda)+1}{N(\lambda)-1} = f_1(\lambda)$$

Representando graficamente  $\ln f_1(\lambda)$  en función de  $\lambda$  y trazando la asíntota de la curva obtenida para  $\lambda \rightarrow 0$ , tenemos:

- 1.- La pendiente de la asíntota es  $2E_1$ .
- 2.- La ordenada en el origen coincide con  $\ln|1/K_1|$ , siendo  $K_1$  el coeficiente de reflexión.

Si la gráfica trazada es una recta, el corte es de dos capas y se termina el proceso. Si no lo es, se determina la fun-

ción

$$f_2(\lambda) = \frac{(1-K_1^2)}{1-K_1 e^{-2\lambda l}} f_1(\lambda)$$

y se representa graficamente  $\ln|f_2(\lambda)-1|$  en función de  $\lambda$ . Se traza la asíntota. Su pendiente será  $2E_2$  y su ordenada en el origen  $\ln|K_1/K_2|$ .

En general

$$f_i(\lambda) = \frac{1-K_{i-1}^2}{1+y_{i-1}-y_{i-1}f_{i-1}(\lambda)}$$

$$\text{siendo } y_{i-1} = e^{-2\lambda E_{i-1} \cdot K_{i-1}/K_{i-2}}$$

KOEFOED (1976) publicó una versión automática de este método. El retraso está justificado, ya que en el proceso de reducción se producen errores muy grandes, que se van acumulando, por lo que el método resultaba largo e impreciso.

La última versión del método de Koefoed consiste en las tres etapas siguientes:

- 1.- Determinación de la función característica muestreada por medio de filtros.
- 2.- Determinación de los parámetros, espesor y resistividad de la capa superior.
- 3.- Reducción de la función característica, eliminando el efecto de esta capa superior.

Las etapas 2 y 3 se repiten hasta llegar al sustrato.

En la obra de KOEFOED (1979) se encuentra descrito con mas detalle este método.

#### METODO DE ZOHDY

ZOHDY (1975) publicó un método iterativo, utilizando la convolución con los filtros de Ghosh, para la obtención de la curva de resistividades aparentes, dominio en que se realiza la comparación con los datos de campo, y ayudándose de las curvas de Dar Zarrouk.

Como ya se ha dicho, existen métodos de interpretación en el dominio de la función característica, pero la obtención de ésta a partir de la curva de campo, por convolución, presenta varios inconvenientes, como pueden ser la necesidad de extrapolar a la izquierda del primer punto y a la derecha del último, la curva de campo. Estos valores extrapolados afectarán a los que se obtengan de la función característica, no solo en el primero y último punto, sino en un intervalo mayor. Igualmente, una distorsión en un pequeño intervalo en la curva de campo distorsionará un segmento mayor en la curva de la función característica.

Debido a esto, Zohdy ideó un método de interpretación basado en invertir la curva de campo sin transformarla en la correspondiente función característica y sin hacer ninguna suposición previa sobre el número de capas, resistividades o espesores del corte.

El procedimiento a seguir consiste en digitizar la curva de campo a intervalos iguales de seis puntos por ciclo ya que, aunque el filtro de Ghosh está diseñado para un intervalo de muestreo de tres puntos por ciclo, para una mejor definición de la curva calculada, es conveniente considerar dos juegos de datos separados a intervalos de tres puntos por ciclo y obtener así seis puntos por ciclo al aplicar la convolución con dichos coeficientes.

En primera aproximación, debido al parecido observado entre las curvas de Dar Zarrouk y las de resistividades aparentes de pendiente mayor que -1, los puntos de la curva de SEV digitalizada se consideran como puntos angulosos de la CDZ y, mediante las expresiones del apartado IV.4, se obtienen los espesores y resistividades del modelo correspondiente.

Posteriormente se calcula la función característica de este modelo mediante el algoritmo de Sunde y la curva de resistividades aparentes por convolución.

Con esta manera de proceder se evita la necesidad de extrapolar cualquier curva, ya que la función característica se puede obtener en el intervalo que se desee conocidos los parámetros del corte.

Un paso posterior en este método consiste en la comparación entre las curvas de resistividad aparente de campo y del modelo obtenido y en variar ésta, considerada como una nueva CDZ, para lograr un mejor ajuste. Para ello utiliza la proporcionalidad

$$\frac{\text{nueva } \rho_m}{\rho_m \text{ del modelo}} = \frac{\rho_a \text{ de campo}}{\rho_a \text{ del modelo}}$$

de tal manera que, si para un valor de  $r$  dado el valor calculado de  $\rho_a$  es menor que el obtenido en el campo, se aumenta y si es mayor se disminuye.

Este proceso se repite hasta encontrar un buen ajuste entre la curva de resistividad aparente calculada, que corresponde a un modelo, y la observada o de campo.

Para superar el inconveniente debido a que algunas curvas de campo tienen pendientes menores que -1, valor límite para



las curvas de Dar Zarrouk, definió una funciones, que llamó de Dar Zarrouk Modificadas tipo L, CDZM-L, que son combinación de las ecuaciones de Dar Zarrouk y de Hummel.

Las ecuaciones paramétricas de las CDZM-L vienen dadas por

$$\rho_{mL} = \rho_L \left( \frac{\rho_m}{\rho_L} \right)^x = \frac{\sum h_i}{\sum S_i} \left[ \left( \frac{\sum T_i}{\sum S_i} \right)^{1/2} / \frac{\sum h_i}{\sum S_i} \right]^x$$

$$Az_{mL} = Az_L \left( \frac{Az}{Az_L} \right)^x = \sum h_i \left[ \left( \sum T_i \sum S_i \right)^{1/2} / \sum h_i \right]^x$$

equivalentes a  $\rho_{mL} = \rho_L^{1-x} \cdot \rho_m^x$   
 $Az_{mL} = Az_L^{1-x} \cdot (Az)^x$

que coinciden con las de Dar Zarrouk si  $x=0$  y con las de Hummel si  $x=1$ . Para valores de  $x$  entre 0 y 1,  $0 < x < 1$ , las CDZM-L ocupan posiciones intermedias entre las correspondientes curvas de DZ y Hummel.

Para invertir estas curvas tendremos en cuenta que:

$$\rho_{mL1} = \rho_1$$

$$L_{mL1} = h_1$$

$$\frac{h_2}{\rho_2} = L_{mL2} / \rho_{mL2} - L_{mL1} / \rho_{mL1}$$

que, sustituidas en las expresiones que definen las curvas, después de operar, permite poner

$$\left[ \frac{L_i + \rho_2 Q}{L_{i+1}} \right]^2 \left[ \frac{(L_i + \rho_2 Q)}{(L_i + \rho_2 Q)^2} \cdot \frac{L_{i+1}}{\rho_{i+1}} \right]^x - 1 = f(x, \rho_2)$$

$$f(x, \rho_2) = 0$$

siendo  $Q = L_{i+1}/\rho_{i+1} - L_i/\rho_i$

$\rho_i, \rho_{i+1}$  ordenadas en la CDZM-L.

$L_i, L_{i+1}$  abscisas en la CDZM-L.

$\rho_2$  resistividad verdadera de la segunda capa.

En esta expresión aparecen dos incógnitas:  $\rho_2$  y  $x$ . Para resolverla se utiliza el método iterativo conocido como "regula falsi" (HILDEBRAND, 1956; GROVE, 1966).

Según este método, se obtienen valores negativos de  $f$  para una subestimación de  $\rho_2$  y valores positivos para sobreestimaciones de  $\rho_2$ .

Para tener sentido físico, los valores de  $\rho_2$  deben ser positivos, el valor cero para  $\rho_2$  será, pues, una subestimación del verdadero valor de  $\rho_2$ . Si con  $x=1$  y  $\rho_2=0$ ,  $f$  es positivo, hay que disminuir  $x$  para forzar a  $f$  a anularse.

Si  $f=f_-$  cuando  $x=x'$  y  $\rho_2=\rho_{2-}=0$  y

$f=f_+$  cuando  $x=x'$  y  $\rho_2=\rho_{2+}$

se determina una primera aproximación de  $\rho_2$  mediante la ecuación

$$\rho_2(1) = (\rho_{2-} \cdot f_+ - \rho_{2+} \cdot f_-) / (f_- - f_+)$$

Sustituyendo este valor en  $f(x, \rho_2)$  se obtiene

$$f(x, \rho_2(1)) = f_-(1)$$

Valores que, introducidos en la ecuación "regula falsi", permiten determinar una segunda aproximación de  $\rho_2$ .

Las iteraciones terminan cuando

$$0.98 < \rho_2(i) / \rho_2(i+1) < 1.02$$

o bien, cuando  $i=15$ .

Con este valor de  $\rho_2$  es posible determinar  $h_2$  de las expresiones anteriores.

Aunque en teoría la pendiente máxima de las curvas de SEV está limitada a +1, en la práctica se pueden encontrar valores mayores debido a falta de homogeneidad lateral o a otras causas perturbadoras, bien de las medidas, bien del modelo teórico. Para solucionar este problema y poder interpretar curvas ligeramente distorsionadas, definió las curvas de Dar Zarrouk Modificadas tipo T, CDZM-T, mediante las expresiones

$$\rho_{mt} = \rho_t \left( \frac{\rho_m}{\rho_t} \right)^x = \frac{\sum T_i}{\sum h_i} \left[ \frac{\sum h_i}{\sum T_i} \cdot \left( \frac{\sum T_i}{\sum S_i} \right)^{1/2} \right]^x$$

$$Az_{mt} = Az_t \left( \frac{Az}{Az_t} \right)^x = \sum h_i \left[ \left( \sum T_i \sum S_i \right)^{1/2} / \sum h_i \right]^x$$

equivalentes a  $\rho_{mt} = \rho_t^{1-x} \cdot \rho_m^x$   
 $Az_{mt} = z^{1-x} \cdot (Az)^x$

siendo  $\rho_m$ ,  $Az$ ,  $S_i$ ,  $T_i$  los parámetros ya definidos en el capítulo 1 y

$\rho_L$  resistividad longitudinal media o resistividad de Hummel

$\rho_t$  resistividad trasversal media

$Az_L = Az_t = \sum h_i$  suma de los espesores de las capas o profundidad de Hummel.

$x$  número que pertenece al intervalo  $0 \leq x \leq 1$ .

La inversión de estas curvas es totalmente análoga al caso anterior.

A cualquier curva de SEV se le puede asociar, pues, una curva de Dar Zarrouk modificada y, mediante el procedimiento descrito, obtener una solución de tantas capas como puntos di-

gitizados tenga la curva de campo. El programa de Zhody incorpora una subrutina de suavizado de la CDZ obtenida para reducir el número de capas del corte solución.

Entre las ventajas de este método se encuentran la rapidez y comodidad del cálculo, el no tener que hacer hipótesis previas sobre valores de resistividades o espesores de las capas, el poder procesar curvas distorsionadas y, por último, que el ajuste de las curvas se realiza en el dominio de las resistividades aparentes, no siendo necesario extrapolar la curva.

Entre los inconvenientes que hemos encontrado, los mayores son que, para ramas descendentes y si la relación entre los valores de  $\rho_a(r)$  mínimo y máximo es menor que 0.025, se puede llegar a una solución con espesores o resistividades negativos, lo que no tiene sentido físico, y el problema no puede ser resuelto por convolución con el filtro de Ghosh. El mayor inconveniente, sin embargo, nos parece que es el que el espesor de la primera capa deba ser igual a la primera abcisa de la curva de campo. Para superar esta dificultad, creemos conveniente interpretar manualmente la primera parte de la curva y, si es necesario, extrapolar a la izquierda del primer punto antes de digitizar la curva de campo.

Se volverá sobre este método en el capítulo IV.

## CAPITULO III

ESTUDIO GENERALIZADO DEL PRINCIPIO DE SUPRESION Y EQUIVALENCIA  
ASOCIADA EN CORTES DE TRES CAPAS. DETECTABILIDAD DE UN ESTRATO.

El principio de supresión, en su concepto clásico, consiste en que una capa, relativamente delgada, de resistividad intermedia entre las de las dos capas que la limitan, puede tener poca influencia en la curva de campo y pasar inadvertida.

El problema de la detectabilidad de un estrato ha sido abordado por varios autores: KALENOV (1957) lo trató para los casos  $\rho_3 = \infty$ ,  $\rho_3 = 0$ ,  $\rho_3 = \rho_1$ ; RIO (1970) hizo un estudio sobre la presencia de mínimos inobservables en curvas tipo H; CANO (1976) se refirió a la presencia de máximos inobservables en curvas tipo K y MUNDY (1978) al efecto creado por la presencia de capas delgadas.

Dadas las ventajas existentes para, por medio de filtros, determinar la curva de resistividades aparentes de un corte dado, se ha pretendido cuantificar el espesor mínimo que ha de tener una capa, situada entre una superior, cuyo espesor se mantiene, y un sustrato inferior, conocidas todas sus resistividades, ampliando el concepto de supresión al caso en que la resistividad de la segunda capa no esté comprendida entre los valores correspondientes a la primera capa y al sustrato.

Se han considerado cortes de dos capas normalizados ( $E_1 = 1m$ ,  $\rho_1 = 1\Omega.m$ ) y se han elegido las resistividades relativas respecto a la primera capa de 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 5, 10, 50 y 100 para

el sustrato. A estos cortes de dos capas le hemos añadido una capa intermedia de espesor y resistividad variables, como se muestra en la figura 1.

En lo sucesivo se considerarán resistividades y espesores relativos a la primera capa.

Se han determinado las diferencias máximas de las funciones resistividad aparente,  $\rho_a(r)$ , resistividad media  $\rho_m(\lambda z)$ , y función característica,  $N(\lambda)$ , del corte de tres capas, relativas al de dos que tiene la misma resistividad para el sustrato.

A estas diferencias máximas relativas las representaremos por el símbolo  $\Delta r_m$ .

Para la determinación de estas diferencias se ha utilizado el programa SUPRES y las subrutinas CALROM, KERNEL y CONVES, un listado de los cuales y una muestra de la salida se presentan al final del capítulo.

Se han variado los espesores de 0 a 1 a intervalos de 0.1 y, para elegir los valores de  $\rho_2$ , se ha dividido el intervalo logarítmico  $\rho_1$ - $\rho_3$  en diez partes iguales.

Los resultados aparecen en las tablas 1 a 24.

Se han representado gráficamente (figuras 2 a 7) las máximas diferencias relativas de las tres funciones para un espesor de la segunda capa (capa añadida) de 0.6 en función de la resistividad de esta capa. En las figuras 8 y 9 se muestran las diferencias para valores de  $E_2=0.9$  y  $E_2=0.3$  siendo  $\rho_3=10$ . Se ha elegido el eje de ordenadas lineal y el de abscisas logarítmico.

El primer aspecto cualitativo a hacer notar es que, como se ve en las gráficas y tablas, en el caso de  $\rho_3 < 0.5$  las máximas diferencias relativas de la función  $\rho_m(\lambda z)$  son mayores, en valor

absoluto, para los mismos valores de  $E_2$  y  $\rho_2$  que las de la función  $\rho_a(r)$ .

En el caso de  $\rho_3 \ll 0.1$  se verifica lo contrario, es decir,

$$\Delta r_m \rho_m(Az) < \Delta r_m \rho_a(r)$$

En ambos casos ocurre que las diferencias máximas relativas de la función característica son mas pequeñas, verificándose

$$\Delta r_m \rho_a(r) > \Delta r_m N_3(\lambda) < \Delta r_m \rho_m(Az)$$

Como puede observarse tambien en estas gráficas, los efectos de la capa intermedia son distintos en las tres funciones fundamentales, no pudiendose dar un valor fijo ni una relación sencilla entre ellas.

Esta cuestión es de particular importancia en la interpretación de curvas de SEV en un dominio que no sea el de la resistividad aparente, ya que al error cometido en las medidas de campo hay que sumar el cometido en la transformación  $\rho_a(r) \rightarrow N(\lambda)$  o  $\rho_a(r) \rightarrow \rho_m(Az)$ , pudiendose llegar a una función que no corresponda al conjunto de cortes equivalentes en el dominio de las resistividades aparentes.

Un segundo aspecto a destacar es que la pendiente de las curvas aumenta con  $E_2$ , lo que se puede interpretar como que, si el espesor de la capa intermedia es mayor, para una relación dada de resistividades, ésta es mas facilmente detectable, resultado esperable y de acuerdo con la experiencia.

Tambien se puede observar en estas gráficas que la pendiente es mayor en el caso de  $\rho_3 < 1$ , lo que significa que el efecto de la capa intermedia es mayor si su resistividad es menor que 1.

Esto se puede explicar como que, por ser tanto el sustrato como esta capa medios mas conductores, deben perturbar más la distribución de líneas de corriente, al propagarse con mas facilidad en estos medios.

En las figuras 10 a 17 se han representado las máximas diferencias relativas de la función  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$  para cada valor de  $\rho_2$ .

En cada una de ellas se observa que la detectabilidad de la segunda capa depende de las relaciones  $E_2/E_1$ ,  $\rho_2/\rho_1$  y  $\rho_2/\rho_3$ , resultado que no concuerda, en el caso de curvas H, con el de RIO (1970), autor para el que la detectabilidad depende fundamentalmente de la relación  $\rho_3/\rho_2$ .

Tomaremos como máxima diferencia relativa en  $\rho_a(r)$  el valor 5%, que es el error que generalmente se admite en las medidas de campo como resultado de la suma de errores en la medida de  $\Delta V$  e  $I$  y de los debidos al ruido geológico y comprobaremos numéricamente la anterior afirmación.

Por ejemplo, para  $\rho_2/\rho_1=0.16$ , si  $\rho_3=0.01$  es  $E_2=0.080$ ,  
 si  $\rho_3=0.05$  es  $E_2=0.145$   
 si  $\rho_3=0.1$  es  $E_2=0.300$

Si se toman otros parámetros, por ejemplo para  $\rho_3/\rho_2=1/4$ :  
 si  $\rho_3=0.01$  entonces  $\rho_2=0.04$  y  $E_2=0.295$ ,  
 si  $\rho_3=0.05$  entonces  $\rho_2=0.20$  y  $E_2=0.110$ ,  
 si  $\rho_3=0.1$  entonces  $\rho_2=0.40$  y  $E_2=0.075$

Luego la detectabilidad de un estrato no depende solo de la relación  $\rho_3/\rho_2$ , sino de todos los parámetros del corte.

Veamos como varían relativamente en estos casos los parámetros  $T$  y  $S$ .



Para  $\rho_2/\rho_1=0.16$  :

a-  $\rho_3=0.01$ ,  $E_2=0.080$

Para la segunda capa tendremos  $T_{2a}=0.0128$  y  $S_{2a}=0.5$

b-  $\rho_3=0.05$ ,  $E_2=0.145$

En este caso  $T_{2b}=0.0232$  y  $S_{2b}=0.906$

c-  $\rho_3=0.1$ ,  $E_2=0.300$

Con lo cual  $T_{2c}=0.048$  y  $S_{2c}=1.875$

Estos valores de T y S, frente a los de la primera capa,  $T_1=1$ ,  $S_1=1$ , representan en tantos por ciento, respectivamente:

$T_{2a}=1.28\%$	$S_{2a}=50\%$
$T_{2b}=2.32\%$	$S_{2b}=90.6\%$
$T_{2c}=4.8\%$	$S_{2c}=30\%$

Si calculamos los parámetros T y S desde  $z=E_1$  hasta la profundidad  $z=E_1+E_2$ , suponiendo que no existe la capa intermedia, o bien consideramos la segunda capa de espesor  $E_2$ , mínimo detectable, y resistividad  $\rho_3$ , tendremos:

$T'_{2a}=0.0008$	$S'_{2a}=8$
$T'_{2b}=0.0073$	$S'_{2b}=2.9$
$T'_{2c}=0.03$	$S'_{2c}=3$

Frente a estos valores los de  $T_2$  y  $S_2$  anteriores representan:

$T_{2a}=1600\%$	$S_{2a}=6.25\%$
$T_{2b}=317.8\%$	$S_{2b}=31.2\%$
$T_{2c}=160\%$	$S_{2c}=62.5\%$

No se ve una relación clara tampoco entre los parámetros  $T_2$  y  $S_2$  de la capa de espesor  $E_2$  del corte original de dos capas y del corte derivado de tres.

Considerando los parámetros T y S desde la superficie hasta la profundidad  $z=E_1+E_2$  tenemos:

$T_a=1.0128$	$S_a=1.5$
$T_b=1.0232$	$S_b=1.906$
$T_c=1.0480$	$S_c=2.875$

para el corte de tres capas. Para el de dos:

$T'_a=1.0008$	$S'_a=9.0$
$T'_b=1.0073$	$S'_b=3.9$
$T'_c=1.0300$	$S'_c=4.0$

Con lo que, respecto de estos últimos, los primeros representan una variación en tantos por ciento de:

$\Delta T_a=1.2\%$	$\Delta S_a=-83.3\%$
$\Delta T_b=1.6\%$	$\Delta S_b=-51.1\%$
$\Delta T_c=1.7\%$	$\Delta S_c=-28.1\%$

Como puede observarse, las variaciones del parámetro  $T$  total son mas pequeñas y uniformes que si se consideran valores de  $T$  para una capa. Este hecho puede estar en relación con las ideas de Maillet, expuestas en el capítulo IV, de que el potencial en superficie queda determinado unívocamente una vez conocidos los parámetros  $T$  y  $S$  del corte, como se expresa en la primera forma de la ecuación de la prospección.

Volviendo a las gráficas representadas en las figuras 10 a 17, observamos que para cada valor de  $\rho_3$  obtenemos un haz de curvas que pasan por el punto  $E_2=0$ ,  $\Delta r_m \rho_a(r)=0$ , ya que si  $E_2=0$  el corte de tres capas derivado coincide con el original de dos, y que las curvas que corresponden a valores de  $\rho_2$  mas próximos a  $\rho_1$  tienen pendiente mayor que las correspondientes a valores de  $\rho_2$  mas cercanos a  $\rho_3$ . Esto quiere decir que, fijando como diferencia máxima relativa en  $\rho_a(r)$  un 5%, que, como ya dijimos mas arriba, es el error comúnmente admitido para las medidas de campo, los espesores mínimos detectables del segundo estrato van aumentando a medida que el valor de la resistividad de esta capa se va aproximando al correspondiente al sustrato, o bien, que si el valor de la resistividad de esta capa es próximo al

del sustrato es mas difícil de detectar.

Tambien puede observarse, al compararlas, que hay un cambio de signo en la curvatura al variar  $\rho_3$ , siendo, para  $\rho_3=0.1$ , sensiblemente rectas.

Para valores de  $\rho_3$  mayores de 0.1 se puede apreciar una disminución en las pendientes, lo que significa que los espesores mínimos detectables aumentan; pero esta afirmación no se puede hacer de una manera absoluta, sino que hay que definir un criterio, por ejemplo, la relación  $\rho_2/\rho_3$ , que puede considerarse como la variable independiente del problema por haber fijado  $\rho_1$  y  $E_1$ .

Una vez elegido el valor del 5% para la diferencia relativa máxima en  $\rho_a(r)$ , hemos representado el espesor mínimo detectable,  $E_2$ , en función de la resistividad del estrato,  $\rho_2$ , para cada valor de  $\rho_3$ .

Para determinar los valores de  $E_2$ , basándonos en las gráficas de las figuras 10 a 17, hemos calculado las diferencias relativas máximas en las tres funciones fundamentales para distintos valores de  $E_2$  hasta encontrar para la función  $\rho_a(r)$  valores relativos próximos al 5%. Posteriormente se ha interpolado y comprobado el valor de  $E_2$  obtenido.

Como puede observarse en las gráficas, para  $\rho_3>0.5$  el espesor  $E_2$ , en algunos casos, es mayor que 1. Por ejemplo, para  $\rho_3=50$  y  $\rho_2=33.81$  resulta ser  $E_2=5.3$ , no pudiendose hablar de "capas relativamente delgadas".

Al representar graficamente, en escala logarítmica,  $E_2$  en función de  $\rho_2$ , se obtuvieron curvas asintóticas al valor  $\rho_2=\rho_3$ . Se pensó entonces en ampliar el estudio a valores de  $\rho_2$  no comprendidos en el intervalo  $\rho_1-\rho_3$ , así como al caso  $\rho_3=\rho_1$ .

El procedimiento seguido para determinar los valores de  $E_2$ , correspondientes a cada caso, ha sido el descrito anteriormente.

Los resultados se muestran en las tablas 25 a 33 y las gráficas en las figuras 18 a 26.

En las tablas, se han incluido, además, los valores de las máximas diferencias relativas  $\Delta r_m \rho_m(Az)$  y  $\Delta r_m N(\lambda)$ . Es muy interesante observar que, para la función característica, todos los valores son menores del 5%. Las máximas diferencias relativas de la resistividad media, en los casos de  $\rho_3 > 0.5$ , son mayores del 5%, lo que representa una ventaja a la hora de interpretar en este dominio, pero para  $\rho_3 < 0.5$  toma valores muy pequeños.

En los casos en que las máximas diferencias relativas de una función sean pequeñas, menores que las correspondientes a la resistividad aparente, no es aconsejable interpretar en el dominio de esa función, siendo necesario hacerlo en el de la otra, si lo permite, o en el de las resistividades aparentes.

Como se muestra, para cada valor de  $\rho_3$ , la gráfica tiene un polo para  $\rho_2 = \rho_3$ . De las dos ramas, una representa los cortes con diferencia mayor que cero, y la otra rama a las diferencias negativas.

Antes de pasar a un análisis mas profundo, señalaremos que, para cada curva, podemos considerar tres tramos, que dependen del valor de  $\rho_2$ . Recordemos que el corte ha sido normalizado.

Para los casos con  $\rho_3 > 1$  tenemos:

- $\rho_2 < \rho_1$  curvas tipo H
- $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$  curvas tipo A
- $\rho_2 > \rho_3$  curvas tipo K

Para los casos con  $\rho_3 < 1$  tenemos:

- $\rho_2 < \rho_3$  curvas tipo H
- $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$  curvas tipo Q
- $\rho_2 < \rho_1$  curvas tipo K

Para el caso  $\rho_1 = \rho_3$ , los tres tramos quedan reducidos a dos

- $\rho_2 < \rho_1$  curvas tipo H
- $\rho_2 > \rho_1$  curvas tipo K

Se presenta así una continuidad en el estudio de la supresión en los cuatro tipos de curvas que definen los cortes geoelectricos de tres capas.

Cada una de estas gráficas define una superficie, encerrada bajo la curva y limitada por ésta, que engloba al conjunto de cortes de tres capas equivalentes al de dos, conservándose los parámetros de la primera capa y del sustrato.

Como puede observarse, la parte que corresponde a valores de  $E_2$  mas pequeños es una recta de pendiente aproximada a  $\pm 1$ . Lo que corresponde a la equivalencia clásica en T o en S definida por MAILLET(1947). Para valores de  $E_2$  mayores ya no es posible aplicar este principio, pero es difícil precisar a partir de que valor de  $E_2$  ocurre ésto.

Comprobamos así que el concepto de equivalencia, aún habiendo simplificado el caso de estudio, es muy complicado y no se pueden dar reglas sencillas.

Comparando todas las gráficas se puede apreciar que los espesores mínimos detectables son mayores en los casos de  $\rho_3 > 1$  que cuando  $\rho_3 < 1$ , lo que significa que la segunda capa es mas difícilmente detectable en aquellos casos.

Como ya hemos dicho mas arriba, es necesario fijar un criterio para la comparación, ya que aún quedan tres parámetros  $\rho_2$ ,  $E_2$  y  $\rho_3$  que pueden actuar de variables.

Si elegimos hacer la comparación viendo como varía  $E_2$  con  $\rho_2$ , para cada valor de  $\rho_3$  observamos, por ejemplo para  $\rho_2=1.5$ , que, en orden de valores de  $E_2$  crecientes, primero encontramos

$E_2 \approx 0.0085$  para  $\rho_3 = 0.01$ , posteriormente,  
 $E_2 \approx 0.014$  para  $\rho_3 = 0.05$ ,  
 $E_2 \approx 0.019$  para  $\rho_3 = 0.1$ ,  
 $E_2 \approx 0.067$  para  $\rho_3 = 0.5$ ,  
 $E_2 \approx 0.083$  para  $\rho_3 = 100$ ,  
 $E_2 \approx 0.087$  para  $\rho_3 = 50$ ,  
 $E_2 \approx 0.105$  para  $\rho_3 = 10$ ,  
 $E_2 \approx 0.135$  para  $\rho_3 = 5$  y  
 $E_2 \approx 0.245$  para  $\rho_3 = 1$ .

Se puede ver que, de estos casos, el de  $\rho_3 = 0.01$  es el mas fácil de detectar, pero este orden no se mantiene si se varia el valor de  $\rho_2$ .

En consecuencia, creemos preferible definir la facilidad de detectar un estrato en función de la relación  $\rho_2/\rho_3$ , ya que la posición relativa de las gráficas se conserva para todos los valores de este cociente.

Comparando las gráficas obtenemos que los espesores mínimos detectables para una relación dada  $\rho_2/\rho_3$ , son practicamente iguales para  $\rho_3 = 1$  y  $\rho_3 = 0.5$ , y aumentan sucesivamente para  $\rho_3 = 0.1, 5, 0.05, 10, 0.01, 50$  y  $100$ .

Parece ser que la detectabilidad de un estrato es mas fácil en los casos de  $\rho_3$  próximos a  $\rho_1$ . A medida que la relación  $\rho_1/\rho_3$  se hace mas distinta de uno, los espesores mínimos detectables aumentan, para una misma relación  $\rho_2/\rho_3$ , y este aumento es mayor en los casos en que  $\rho_3 > \rho_1$ .

Para terminar este capítulo haremos constar un hecho que tendremos en cuenta mas adelante. Este es que no se puede fijar a priori el número de capas de un corte por los datos obtenidos en el campo, al admitir la curva de campo cortes geoelectricos de distinto número de capas como solución.

Tabla I: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_1=100$ .

[illegible]



Tabla II: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=50$ .

$E_2$	$\rho_2$	1.48	2.19	3.23	4.78	7.07	10.46	15.46	22.87	33.81	50.00
0.9		35.668	27.202	20.070	14.374	10.006	6.743	4.329	2.545	1.159	0.
0.8		33.084	25.017	18.320	13.036	9.033	6.076	3.901	2.288	1.042	0.
0.7		30.305	22.687	16.482	11.661	8.042	5.388	3.458	2.026	0.925	0.
0.6		27.233	20.164	14.525	10.214	7.018	4.689	3.002	1.762	0.804	0.
0.5		23.832	17.435	12.444	8.695	5.950	3.969	2.537	1.489	0.679	0.
0.4		20.061	14.484	10.237	7.104	4.842	3.223	2.061	1.208	0.553	0.
0.3		15.865	11.301	7.908	5.449	3.694	2.453	1.569	0.922	0.422	0.
0.2		11.210	7.861	5.439	3.715	2.511	1.663	1.062	0.625	0.287	0.
0.1		5.959	4.105	2.806	1.904	1.279	0.846	0.540	0.319	0.147	0.
0.		0.	0.	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Tabla III: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=10$ .

$E_2 \backslash \rho_2$	1.26	1.58	2.00	2.51	3.16	3.98	5.01	6.31	7.94	10.00
0.9	33.471	28.224	23.353	18.902	14.882	11.273	8.035	5.117	2.477	0.
0.8	31.104	26.096	21.501	17.345	13.622	10.304	7.341	4.676	2.252	0.
0.7	28.487	23.769	19.492	15.666	12.271	9.267	6.599	4.206	2.026	0.
0.6	25.657	21.299	17.381	13.901	10.836	8.162	5.809	3.705	1.788	0.
0.5	22.586	18.626	15.117	12.041	9.360	7.023	4.975	3.171	1.533	0.
0.4	19.118	15.649	12.625	10.010	7.758	5.812	4.117	2.617	1.261	0.
0.3	15.198	12.337	9.887	7.801	6.025	4.506	3.191	2.031	0.981	0.
0.2	10.762	8.655	6.886	5.403	4.158	3.103	2.197	1.400	0.678	0.
0.1	5.729	4.560	3.599	2.808	2.152	1.602	1.133	0.723	0.351	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Tabla IV: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=5$ .

[illegible]

Tabla V: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$   
para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.5$ .

$E_2, \rho_2$	0.33	0.87	0.81	0.76	0.71	0.66	0.62	0.57	0.54	0.50
0.9	26.584	23.196	19.937	16.797	13.769	10.842	8.010	5.264	2.596	0
0.8	24.149	21.131	18.209	15.376	12.629	9.962	7.370	4.949	2.394	0
0.7	21.896	19.161	16.513	13.949	11.461	9.046	6.697	4.409	2.179	0
0.6	19.419	16.994	14.649	12.378	10.175	8.035	5.953	3.923	1.940	0
0.5	16.709	14.623	12.608	10.657	8.765	6.927	5.136	3.388	1.678	0
0.4	13.763	12.047	10.390	8.786	7.231	5.718	4.244	2.803	1.389	0
0.3	10.590	9.271	7.999	6.768	5.574	4.412	3.278	2.167	1.076	0
0.2	7.210	6.314	5.450	4.615	3.804	3.014	2.242	1.484	0.738	0
0.1	3.693	3.238	2.799	2.373	1.958	1.554	1.157	0.767	0.382	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla VI: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.1$ .

[illegible]

Tabla VII: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(r)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.05$ .

[illegible]

Tabla VIII: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_a(x)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.01$ .

[illegible]

Tabla IX: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_m$  (Az) para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=100$ .

[illegible]



Tabla X: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_m$  (Az) para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=50$ .

[illegible]

Tabla XI: Diferencias máximas relativas de la función.  $\rho_m$  (Az) para cada par de valores  $(E_1, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3 = 10$ .

[illegible]

Tabla XII: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_{\pi}$  (Az) para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=5$ .

[illegible]

Tabla XIII: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_m(Az)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.5$ .

[illegible]

Tabla XIV: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_m$  (Az) para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.1$ .

[illegible]

Tabla XV: Diferencias máximas relativas de la función  $\rho_m$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.05$ .

[illegible]

• •

[illegible]

Tabla XVII: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=100$ .

[illegible]



Tabla XVIII: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=50$ .

[illegible]

Tabla XIX: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=10$ .

[illegible]

Tabla XX: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=5$ .

[illegible]

Tabla XXI: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.5$ .

[illegible]

Tabla XXII: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$   
para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.1$ .

$E_2 \backslash \rho_2$	0.79	0.63	0.50	0.40	0.32	0.25	0.20	0.16	0.13	0.1
0.9	43.046	33.923	26.491	20.423	15.444	11.321	7.862	4.906	2.321	0
0.8	38.669	30.469	23.798	18.362	13.894	10.198	7.095	4.437	2.105	0
0.7	34.205	26.932	21.123	16.307	12.346	9.061	6.301	3.950	1.879	0
0.6	29.743	23.473	18.360	14.181	10.748	7.900	5.503	3.447	1.643	0
0.5	24.904	19.827	15.508	11.985	9.093	6.694	4.674	2.936	1.400	0
0.4	20.381	16.070	12.570	9.720	7.382	5.444	3.809	2.400	1.149	0
0.3	15.487	12.205	9.548	7.387	5.616	4.149	2.910	1.839	0.884	0
0.2	10.456	8.236	6.443	4.988	3.797	2.809	1.975	1.253	0.605	0
0.1	5.292	4.166	3.259	2.524	1.924	1.426	1.005	0.640	0.310	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla XXIII: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_2, \rho_2)$ , siendo  $\rho_3=0.05$ .

[illegible]

Tabla XXIV: Diferencias máximas relativas de la función  $N(\lambda)$  para cada par de valores  $(E_1, O_2)$ , siendo  $\rho_3=0.01$ .

$E_2$	$\rho_2$	0.63	0.40	0.25	0.16	0.10	0.06	0.04	0.03	0.02	0.01
0.9		51.224	32.431	20.467	12.867	8.039	4.958	2.973	1.659	0.731	0
0.8		45.677	28.907	18.241	11.469	7.168	4.425	2.654	1.483	0.655	0
0.7		40.088	25.360	16.000	10.062	6.291	3.887	2.334	1.305	0.577	0
0.6		34.460	21.790	13.746	8.646	5.408	3.344	2.011	1.125	0.499	0
0.5		28.794	18.200	11.480	7.221	4.519	2.796	1.684	0.944	0.419	0
0.4		23.094	14.591	9.202	5.789	3.624	2.244	1.353	0.760	0.338	0
0.3		17.362	10.965	6.915	4.351	2.725	1.689	1.020	0.574	0.256	0
0.2		11.601	7.327	4.621	2.908	1.822	1.130	0.683	0.385	0.173	0
0.1		5.818	3.672	2.316	1.457	0.914	0.567	0.343	0.194	0.087	0
0		0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0

Tabla XXV: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_1=100$  y  $\Delta r \rho_a=5\%$ .

[illegible]



Tabla XXVI: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=50$  y  $\Delta r_{m\rho}=5\%$ .

[illegible]

Tabla XXVII: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=10$  y  $\Delta r_m \rho_a=5\%$ .

$\rho_2$	0.20	0.25	0.32	0.40	0.50	0.63	0.80	1.00	1.26
$E_2$	0.014	0.017	0.022	0.027	0.034	0.043	0.054	0.068	0.087
$\% \Delta r_m \rho_m$	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2
$\% \Delta r_m N$	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4

$\rho_2$	1.58	2.00	2.51	3.16	3.98	5.01	6.31	7.94	12.0
$E_2$	0.111	0.143	0.184	0.245	0.338	0.500	0.873	2.377	3.593
$\% \Delta r_m \rho_m$	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3	6.6	6.7	7.2	7.4
$\% \Delta r_m N$	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.5	4.6	4.6	4.7

$\rho_2$	15.0	20.0	30.0	40.0	60.0	80.0	100.0	200.0	300.0
$E_2$	1.143	0.576	0.305	0.215	0.138	0.102	0.080	0.040	0.026
$\% \Delta r_m \rho_m$	7.2	7.2	7.2	7.3	7.3	7.3	7.2	7.2	7.1
$\% \Delta r_m N$	4.7	4.7	4.6	4.6	4.7	4.7	4.6	4.6	4.6

Tabla XXVIII: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=5$  y  $\Delta r_m \rho_a=5\%$ .

$\rho_2$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.71	0.76	0.81	0.87	0.93	1.
$E_2$	0.016	0.024	0.032	0.040	0.058	0.062	0.067	0.072	0.078	0.084
$\% \Delta r_m \rho_m$	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	7.0	6.9
$\% \Delta r_m N$	4.1	4.1	4.1	4.1	4.1	4.1	4.2	4.2	4.2	4.2
$\rho_2$	1.17	1.38	1.62	1.90	2.24	2.63	3.09	3.62	4.26	5.50
$E_2$	0.100	0.122	0.150	0.186	0.237	0.314	0.454	0.778	2.260	6.100
$\% \Delta r_m \rho_m$	7.0	7.0	7.1	7.2	6.9	7.0	6.8	6.9	7.2	6.6
$\% \Delta r_m N$	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.3	4.4	4.4
$\rho_2$	6.0	8.0	10.0	15.0	20.0	30.0	40.0	55.0	70.0	100.0
$E_2$	1.868	0.500	0.311	0.167	0.117	0.074	0.055	0.039	0.031	0.022
$\% \Delta r_m \rho_m$	7.7	7.5	7.4	7.6	7.5	7.4	7.4	7.4	7.4	7.3
$\% \Delta r_m N$	4.5	4.3	4.4	4.3	4.3	4.2	4.3	4.2	4.2	4.2

Tabla XXIX: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=1$  y  $\Delta r \rho_a=5\%$ .

$\rho_2$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.65	0.8	0.9
$E_2$	0.019	0.040	0.063	0.092	0.131	0.232	0.505	1.550
$\% \Delta r \rho_m$	7.2	7.3	7.3	7.4	7.5	7.9	6.9	6.1
$\% \Delta r N_m$	3.2	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.4

$\rho_2$	1.1	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.0	10.0
$E_2$	2.600	0.246	0.131	0.072	0.051	0.039	0.027	0.019
$\% \Delta r \rho_m$	6.7	8.4	8.1	7.9	7.9	7.7	7.6	7.8
$\% \Delta r N_m$	4.3	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4

Tabla XXX: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\Delta r_m^{\rho_a} = 5\%$  y  $\rho_3 = 0.5$ .

[illegible]

Tabla XXXI: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=0.1$  y  $\Delta r_m \rho_a=5\%$ .

$\rho_2$	0.002	0.004	0.006	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$E_2$	0.006	0.012	0.018	0.030	0.062	0.097	0.140	0.198
$\% \Delta r_m \rho_m$	2.8	2.8	2.8	2.8	2.7	2.6	2.6	2.6
$\% \Delta r_m N$	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.8	1.8	1.8

$\rho_2$	0.06	0.08	0.13	0.16	0.20	0.25	0.32	0.40
$E_2$	0.275	0.664	0.530	0.290	0.189	0.133	0.096	0.075
$\% \Delta r_m \rho_m$	2.6	2.5	2.5	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7
$\% \Delta r_m N$	1.8	1.6	1.7	1.8	1.9	1.9	1.9	1.9

$\rho_2$	0.50	0.63	0.79	1.00	1.30	1.60	2.00
$E_2$	0.058	0.043	0.036	0.028	0.022	0.018	0.014
$\% \Delta r_m \rho_m$	2.7	2.8	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7
$\% \Delta r_m N$	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9

Tabla XXXII: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_1=0.05$  y  $\Delta r_m \rho = 5\%$ .

$\rho_2$	0.002	0.004	0.006	0.008	0.01	0.02	0.03	0.04
$E_2$	0.016	0.032	0.048	0.065	0.082	0.186	0.365	0.835
$\% \Delta r_m \rho_m$	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7
$\% \Delta r_m N$	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.3	1.2

$\rho_2$	0.06	0.07	0.09	0.12	0.17	0.22	0.30	0.41
$E_2$	0.982	0.540	0.310	0.200	0.131	0.100	0.072	0.052
$\% \Delta r_m \rho_m$	1.6	1.8	1.9	2.0	2.0	2.1	2.1	2.1
$\% \Delta r_m N$	1.2	1.3	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7

$\rho_2$	0.55	0.74	1.00	1.40	1.80	2.40
$E_2$	0.038	0.028	0.021	0.015	0.012	0.009
$\% \Delta r_m \rho_m$	2.2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
$\% \Delta r_m N$	1.7	1.7	1.7	1.7	1.6	1.7

Tabla XXXIII: Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$  y diferencias máximas relativas de las funciones  $\rho_m$  y  $N$ , siendo  $\rho_3=0.01$  y  $\Delta r_{\rho_a}=5\%$ .

$\rho_2$	0.0001	0.0003	0.0006	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006
$E_2$	0.007	0.022	0.044	0.075	0.152	0.234	0.330	0.594
$\% \Delta r_{\rho_m}$	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6
$\% \Delta r_N$	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6

$\rho_2$	0.008	0.012	0.016	0.025	0.040	0.063	0.100	0.160
$E_2$	1.212	1.419	0.768	0.443	0.292	0.192	0.123	0.079
$\% \Delta r_{\rho_m}$	0.5	0.5	0.7	0.9	1.1	1.2	1.2	1.3
$\% \Delta r_N$	0.4	0.4	0.6	0.8	1.0	1.1	1.1	1.2

$\rho_2$	0.250	0.400	0.630	1.000	1.600	2.500
$E_2$	0.050	0.032	0.020	0.012	0.008	0.005
$\% \Delta r_{\rho_m}$	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3
$\% \Delta r_N$	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2



FIGURA 1

$\rho_1$	$E_1$
$\rho_3$	
$\rho_1$	$E_1$
$\rho_2$	$E_2$
$\rho_3$	

Corte original de dos capas

Cortes derivados de tres capas.  
 $\rho_2$  y  $E_2$  variables.

Fig. 2.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.

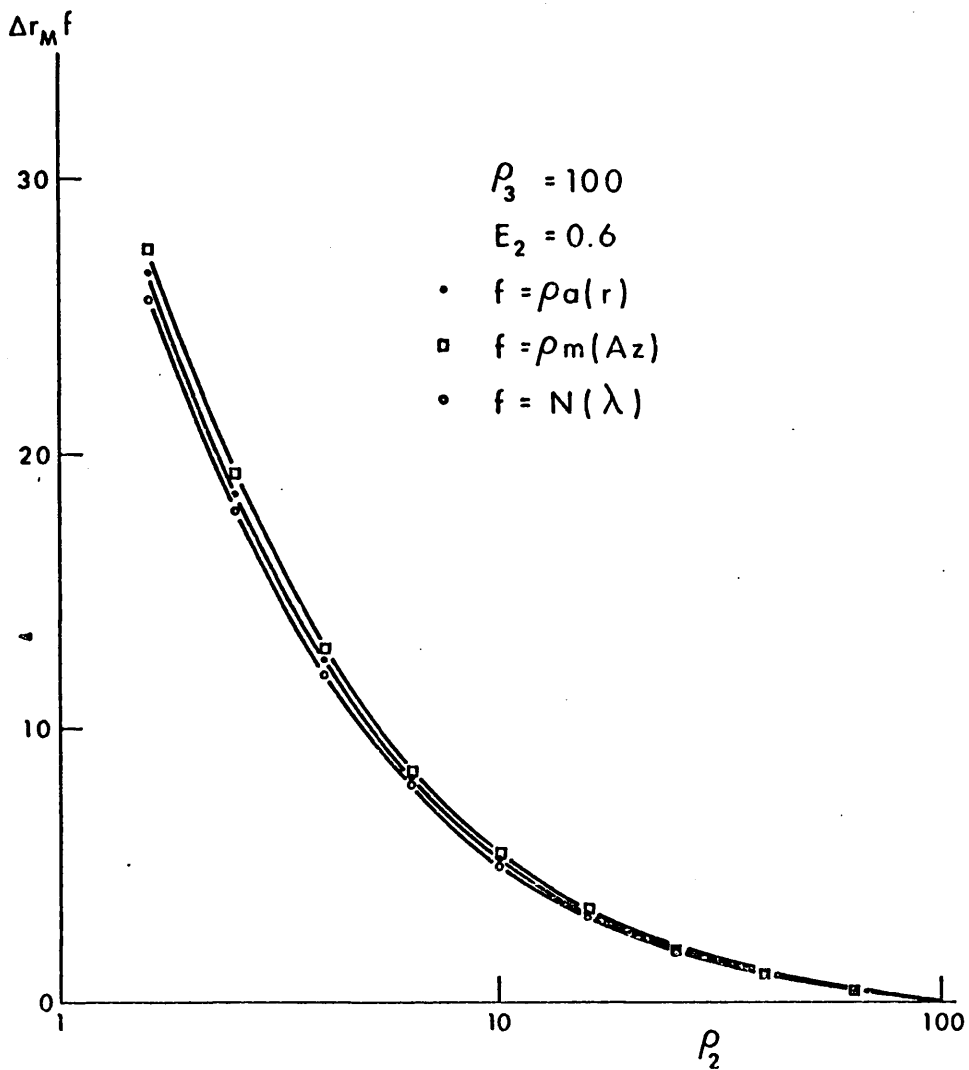


Fig. 3.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.

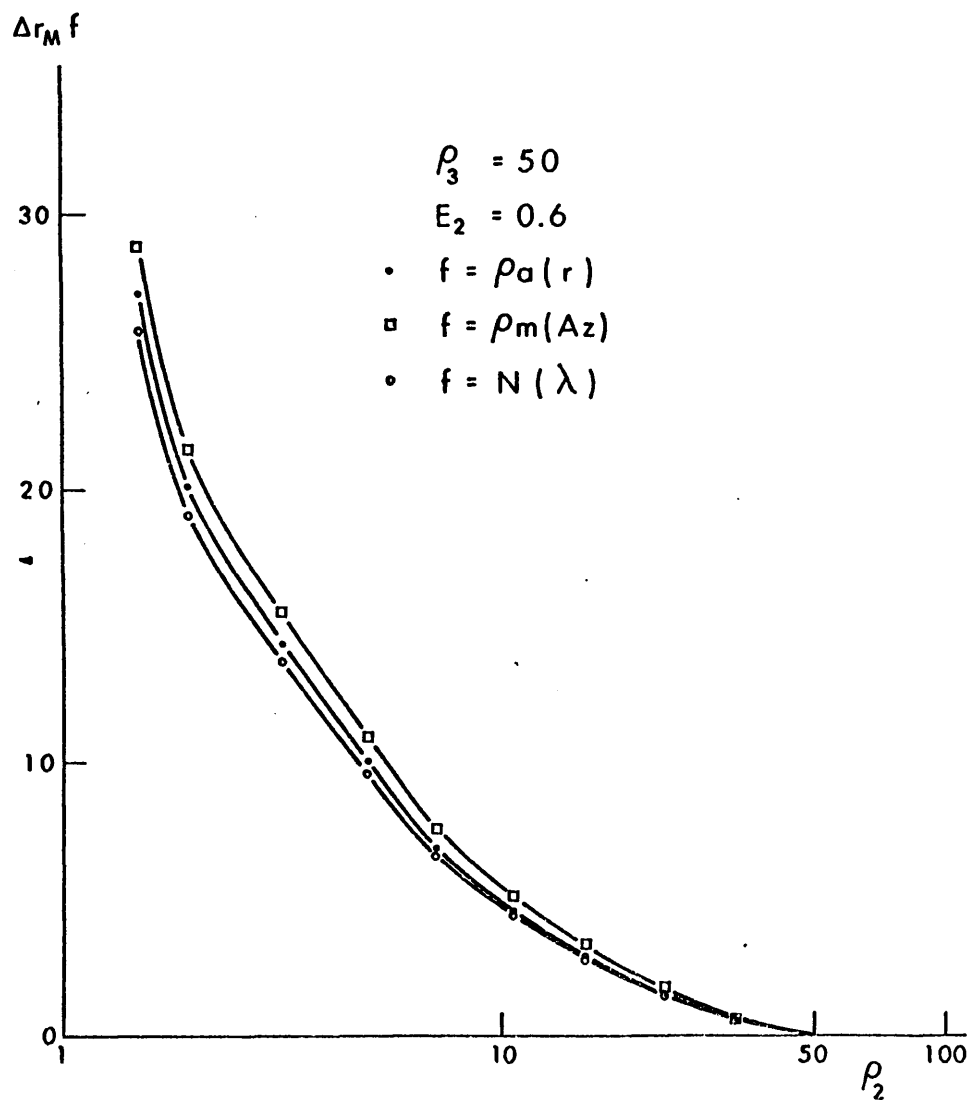
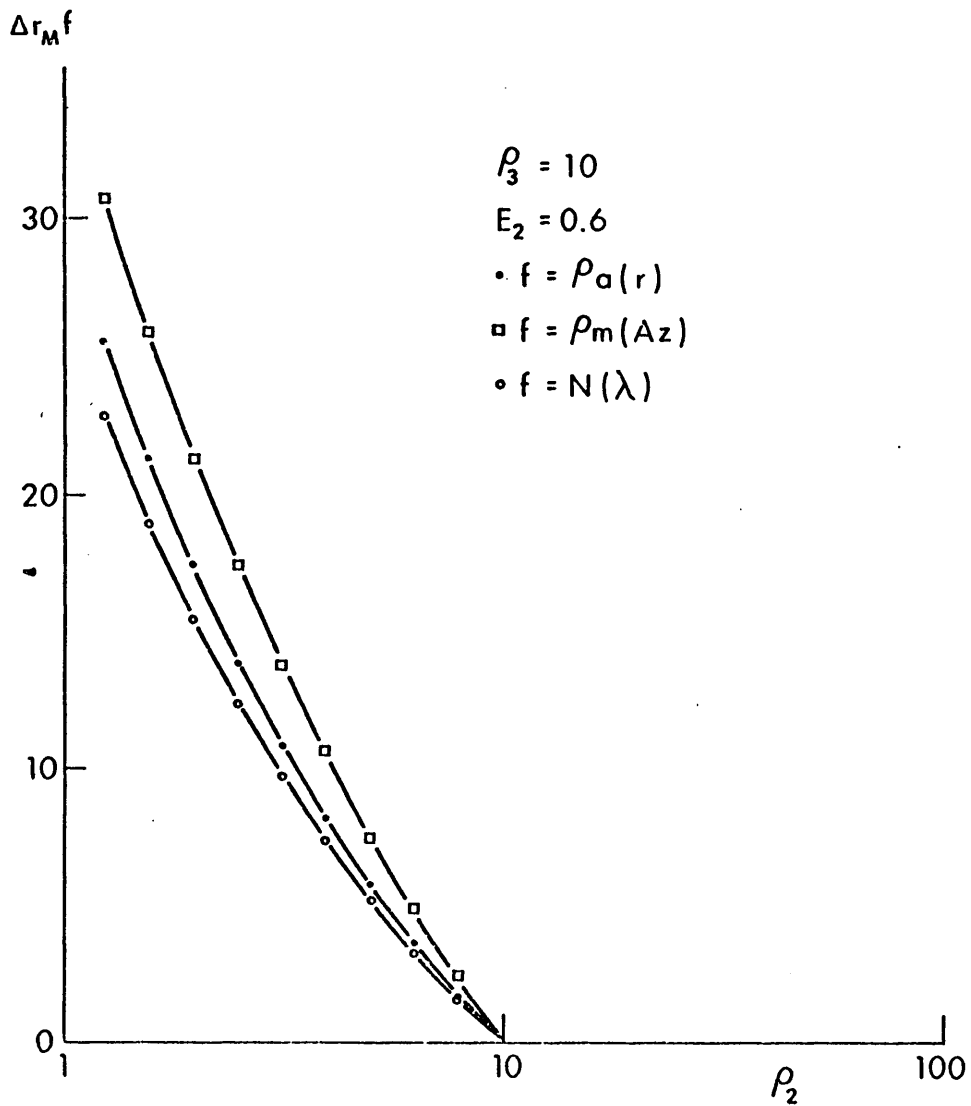
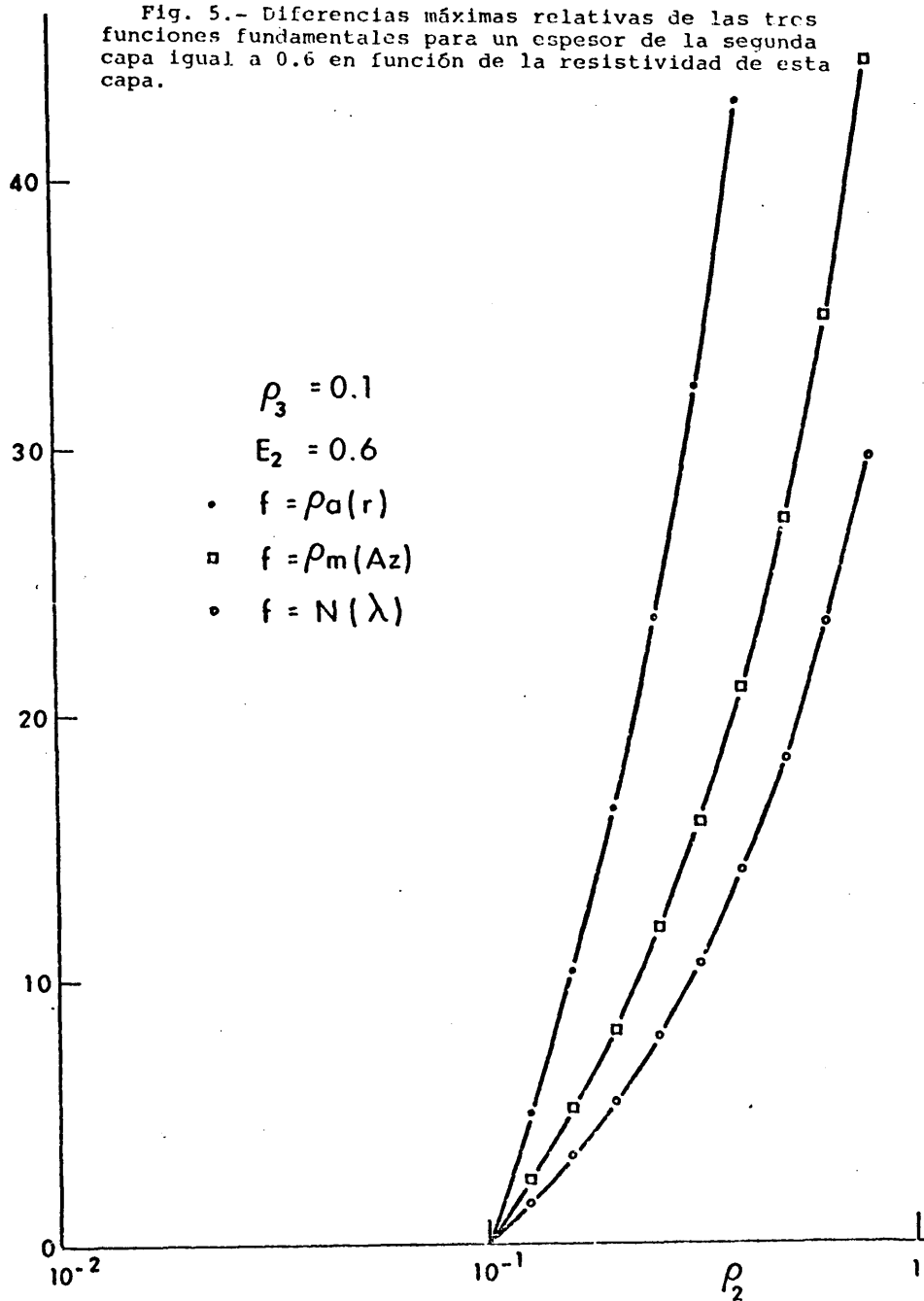


Fig. 4.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.



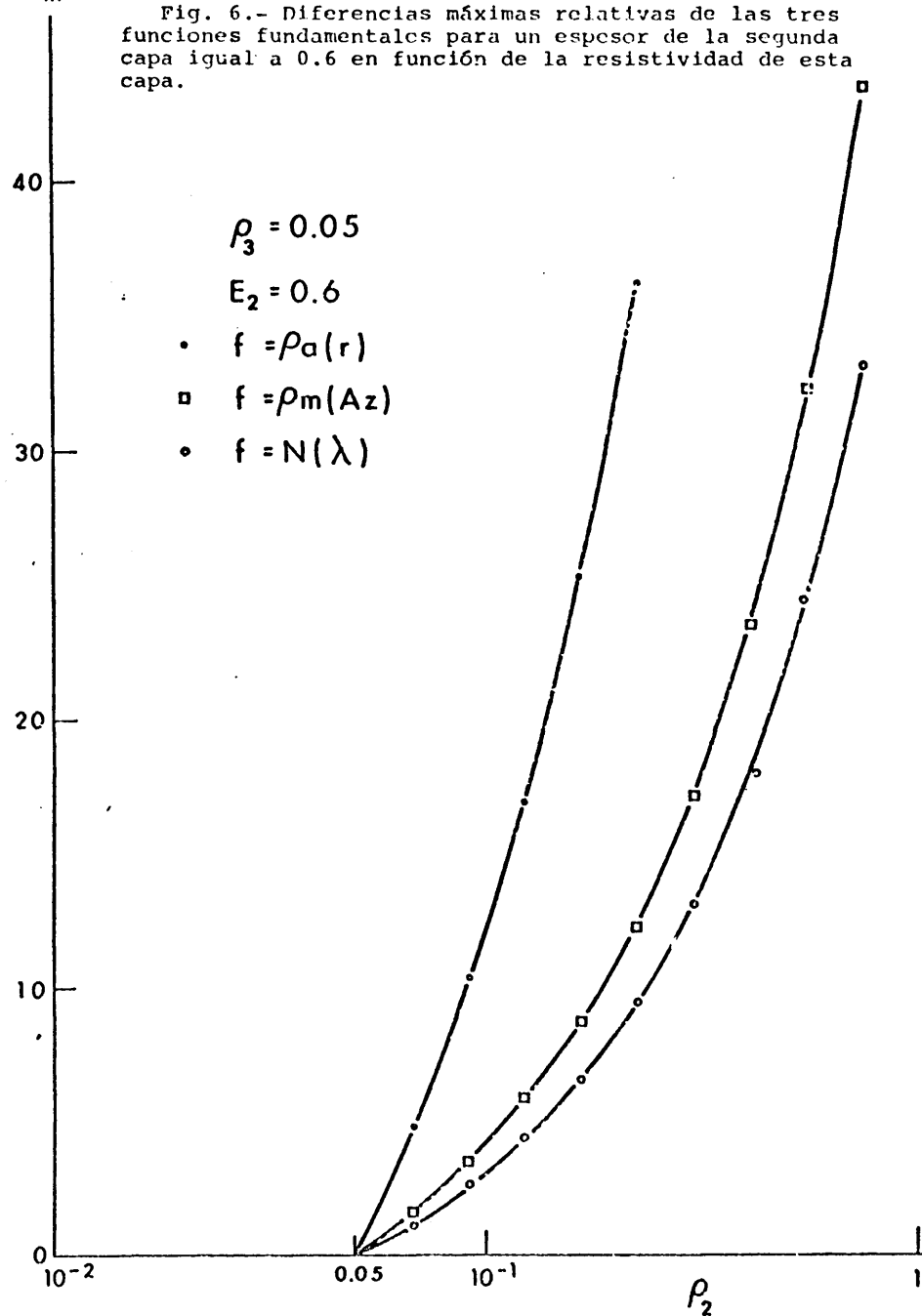
$\Delta r_M f$ 

Fig. 5.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.



$\Delta r_M f$ 

Fig. 6.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.



$\Delta r_M f$ 

40

30

20

10

0

Fig. 7.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.6 en función de la resistividad de esta capa.

$$\rho_3 = 0.01$$

$$E_2 = 0.6$$

$$\bullet \quad f = \rho_a(r)$$

$$\square \quad f = \rho_m(Az)$$

$$\circ \quad f = N(\lambda)$$

$10^{-2}$   $10^{-1}$   $\rho_2$  1

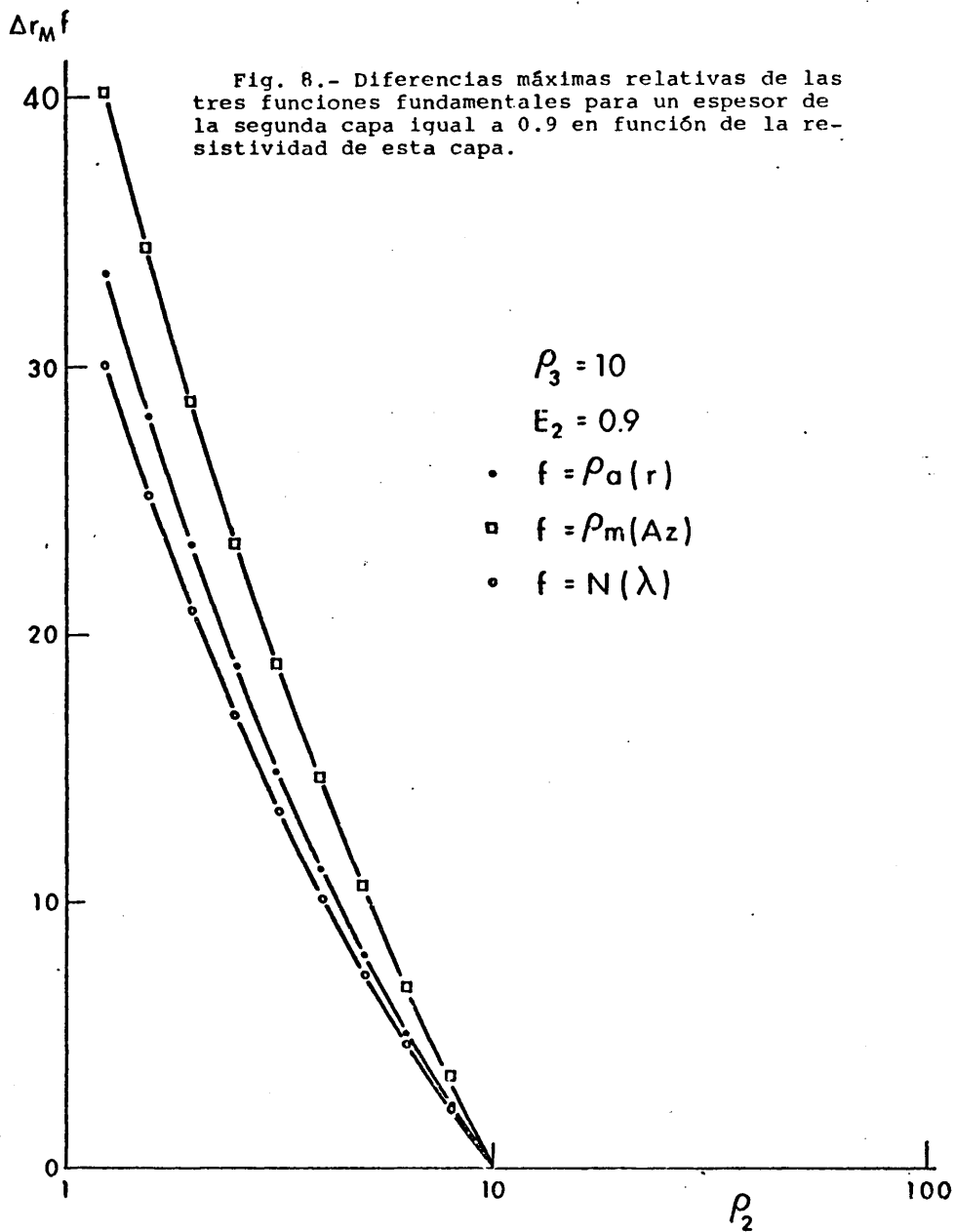




Fig. 9.- Diferencias máximas relativas de las tres funciones fundamentales para un espesor de la segunda capa igual a 0.3 en función de la resistividad de esta capa.

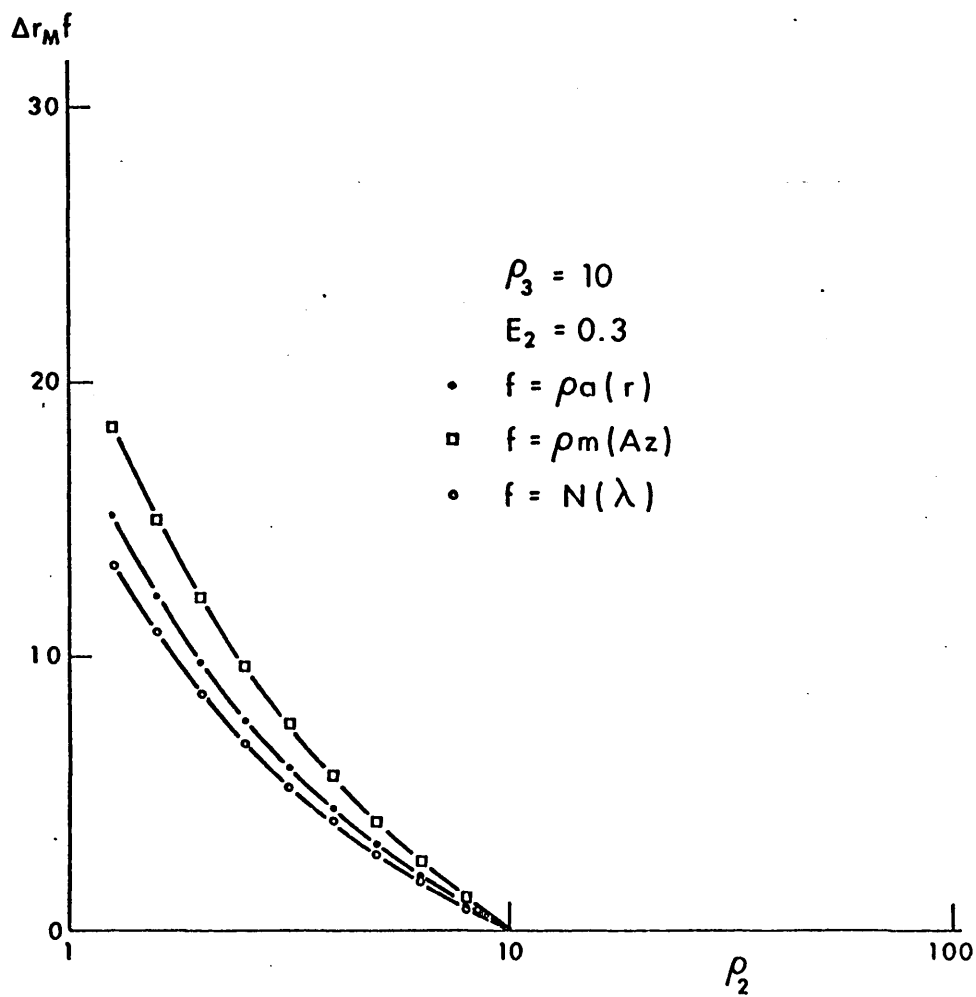


Fig. 10.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

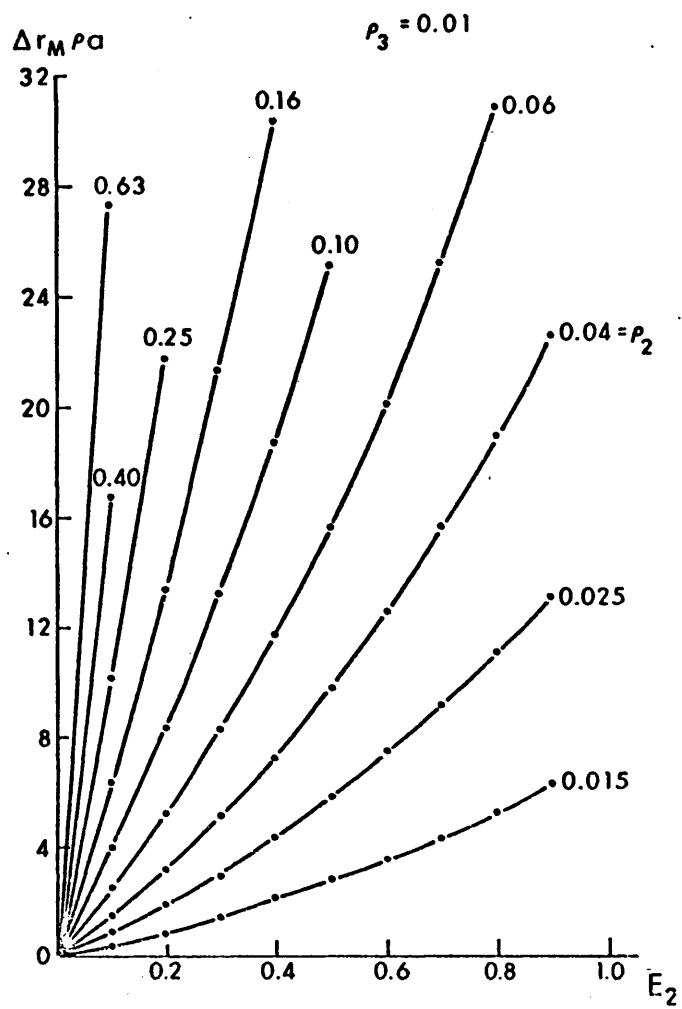


Fig. 11.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

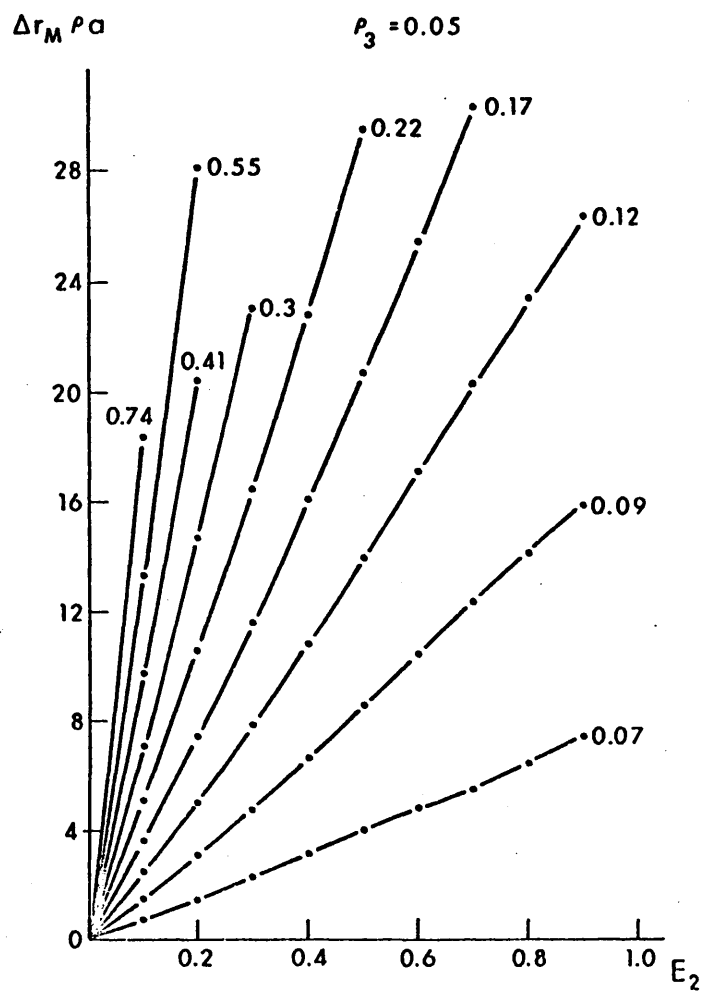


Fig. 12.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

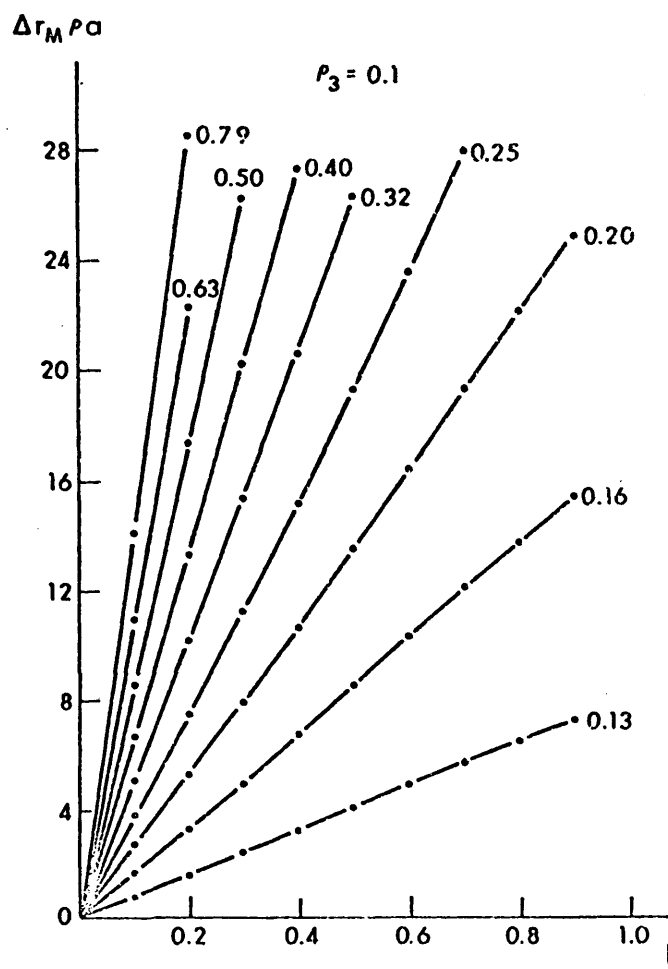


Fig. 13.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

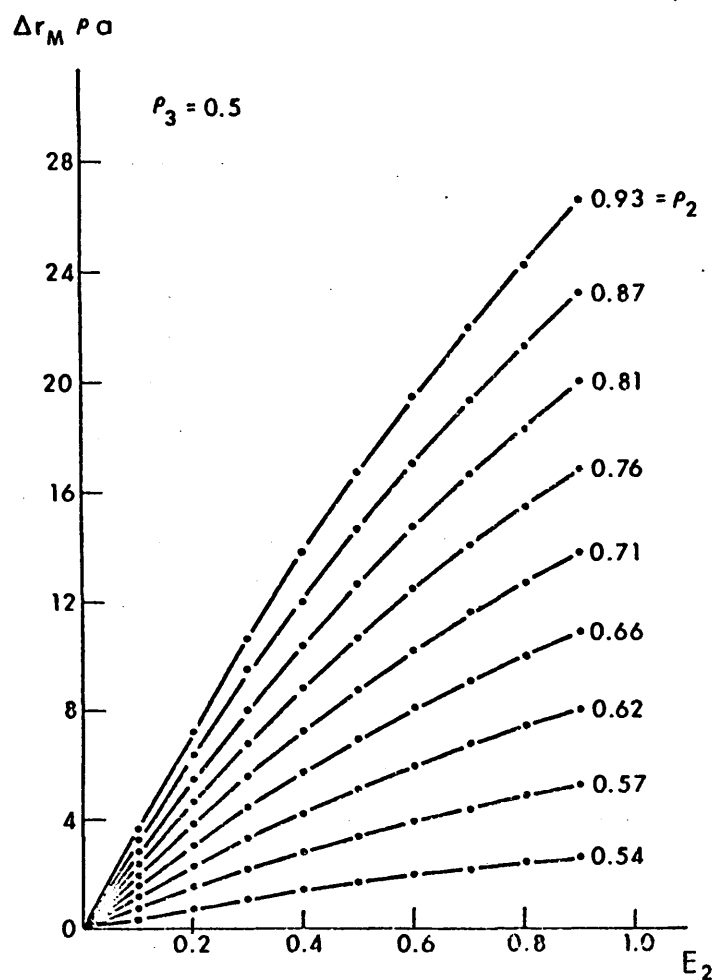


Fig. 14.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

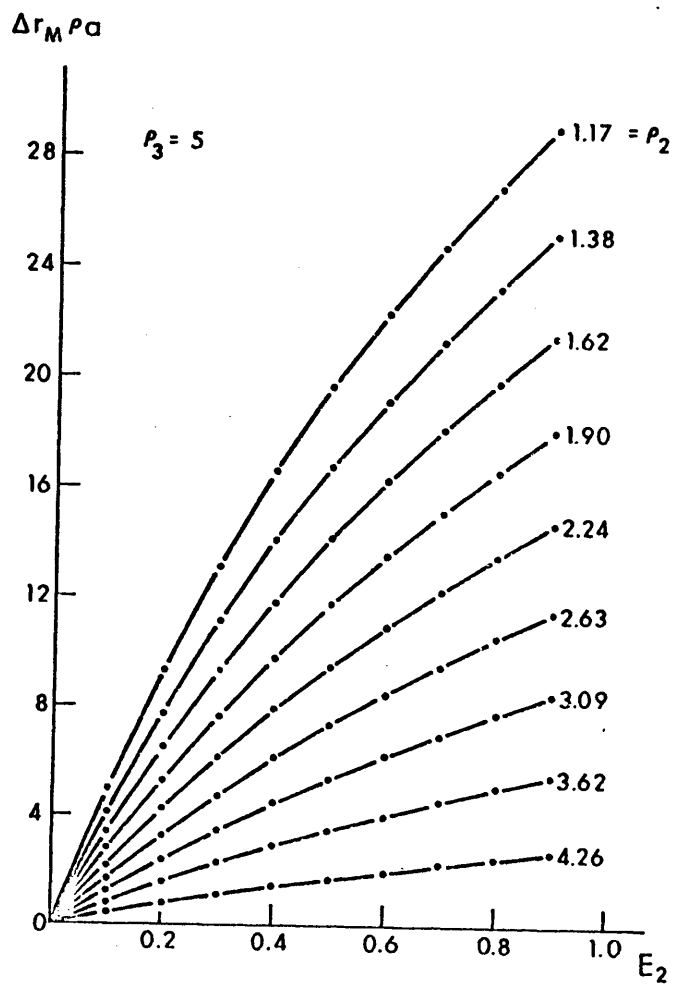


Fig. 15.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

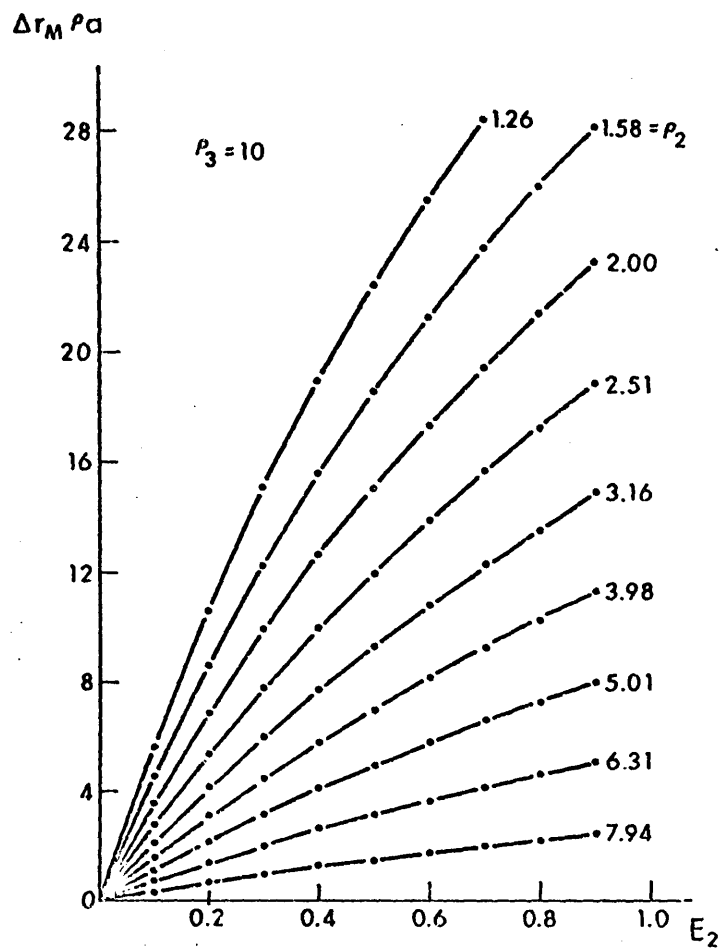


Fig. 16.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .

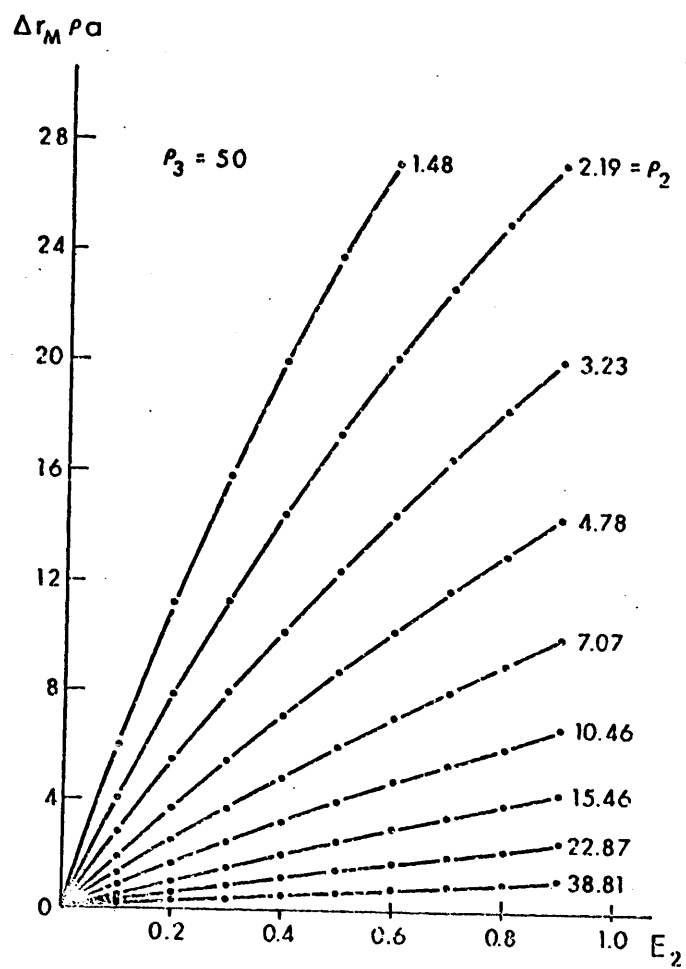
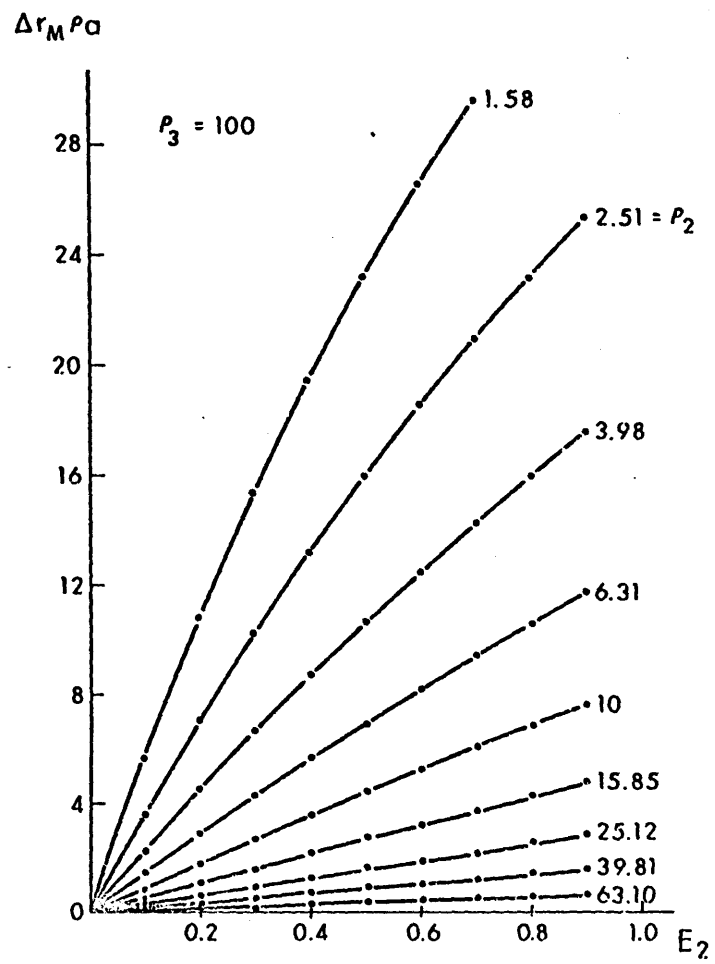
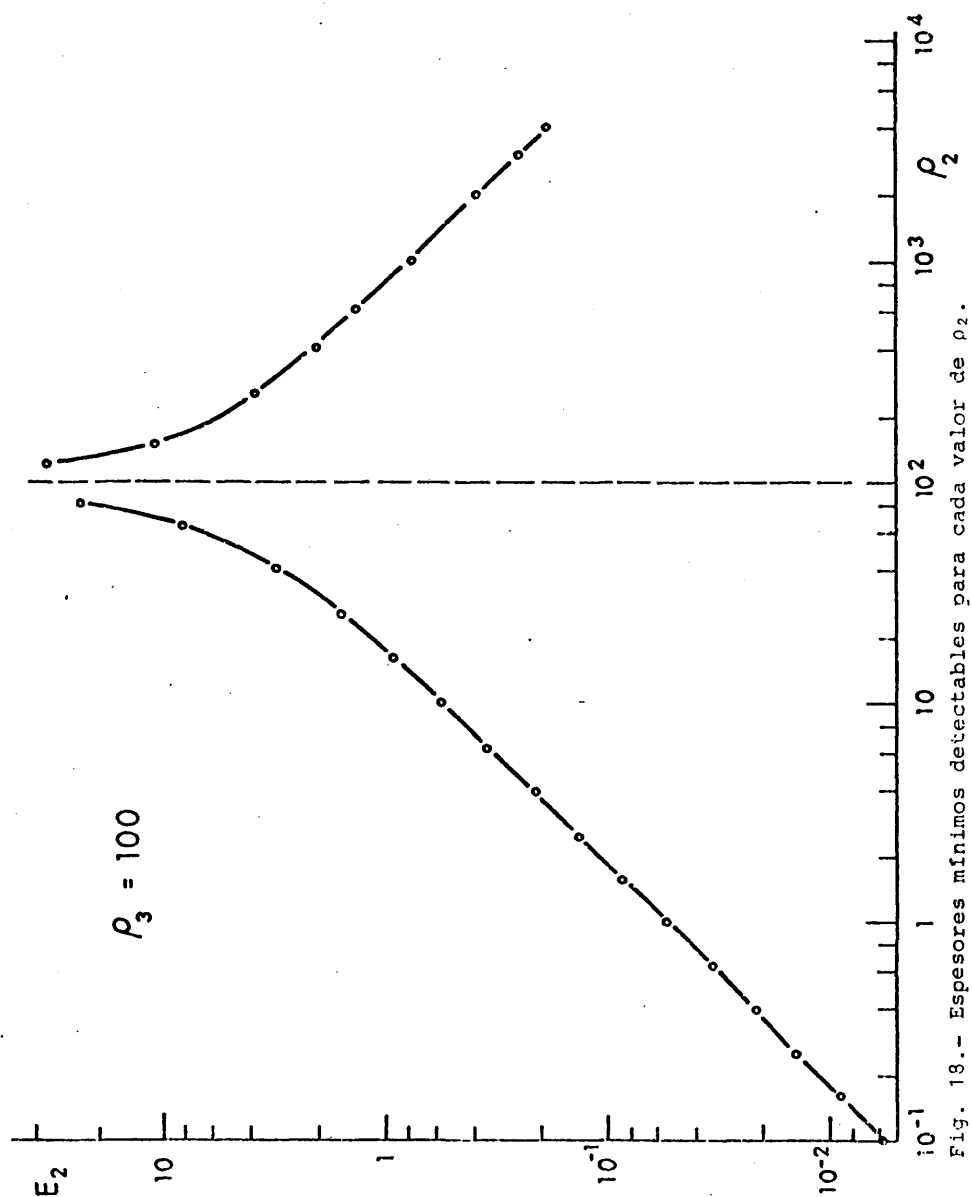




Fig. 17.- Diferencias máximas relativas de  $\rho_a(r)$  en función de  $E_2$ , para cada valor de  $\rho_2$ .





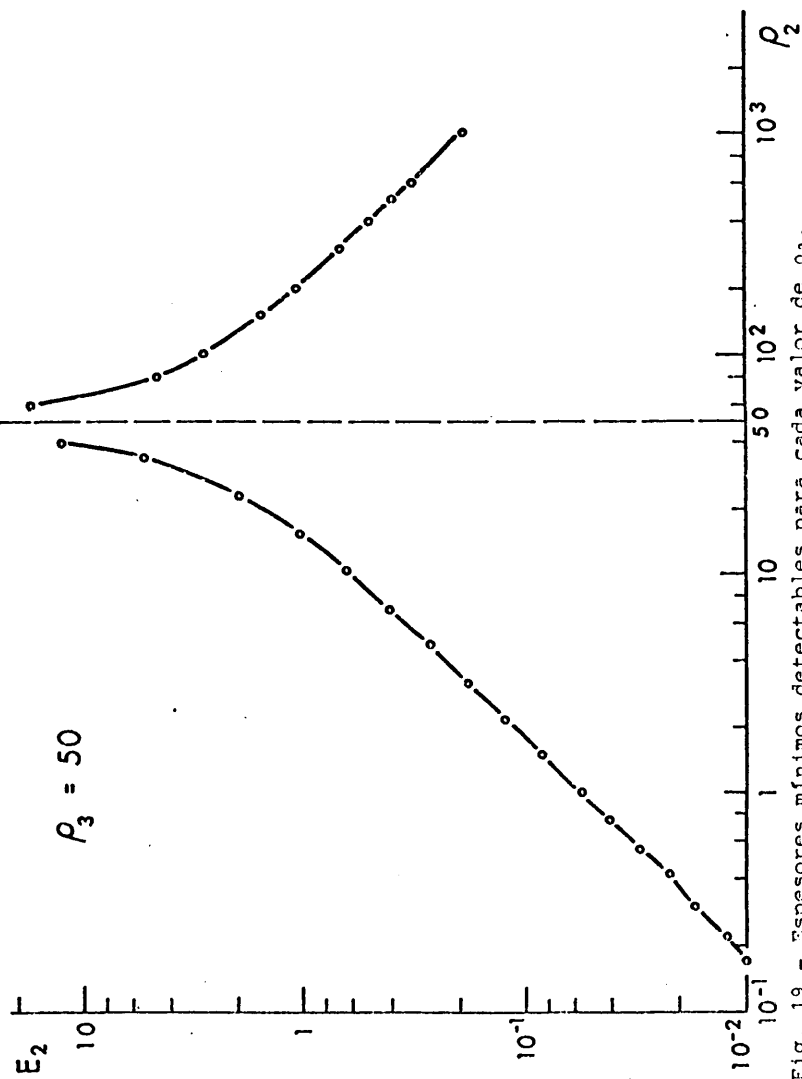


Fig. 19.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

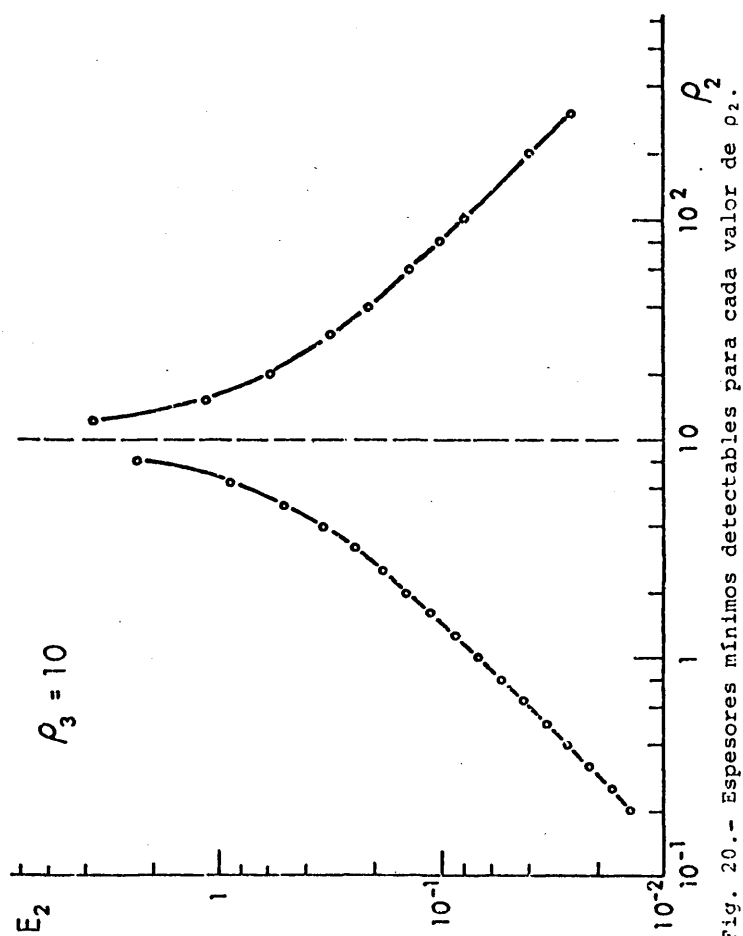


Fig. 20.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

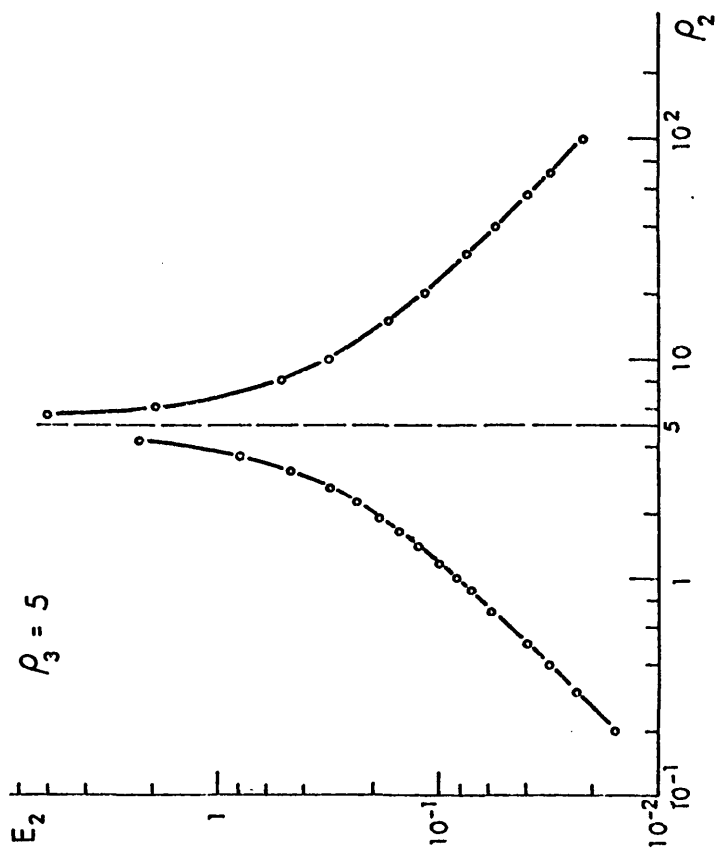


Fig. 21.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

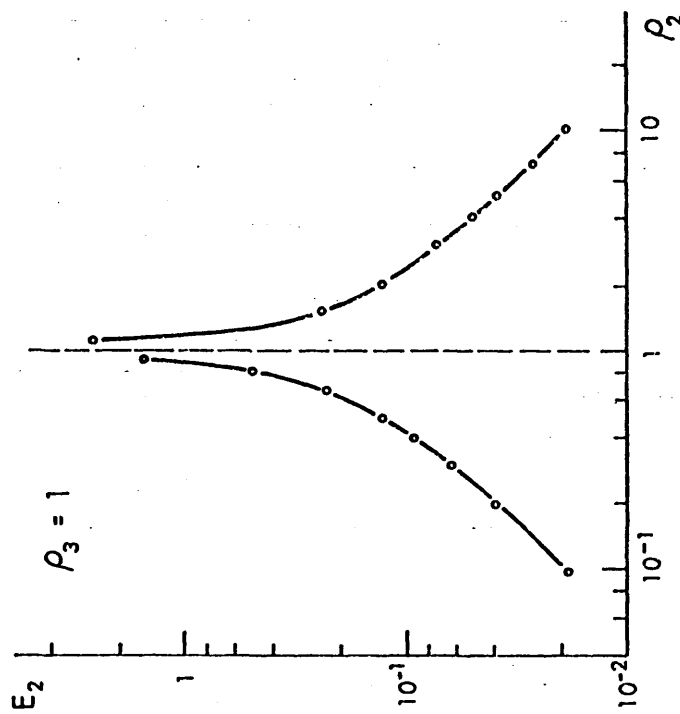


Fig. 22.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

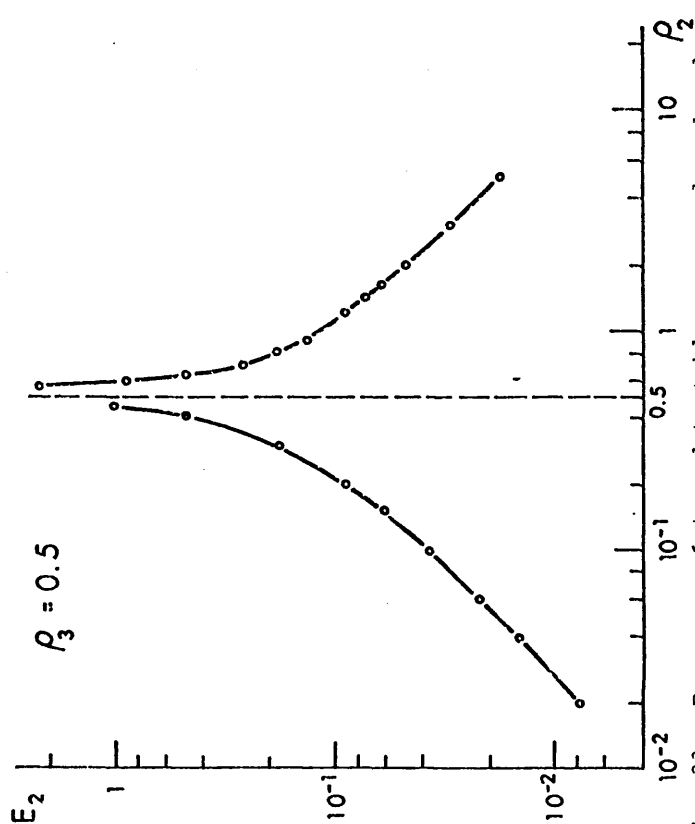


Fig. 23.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

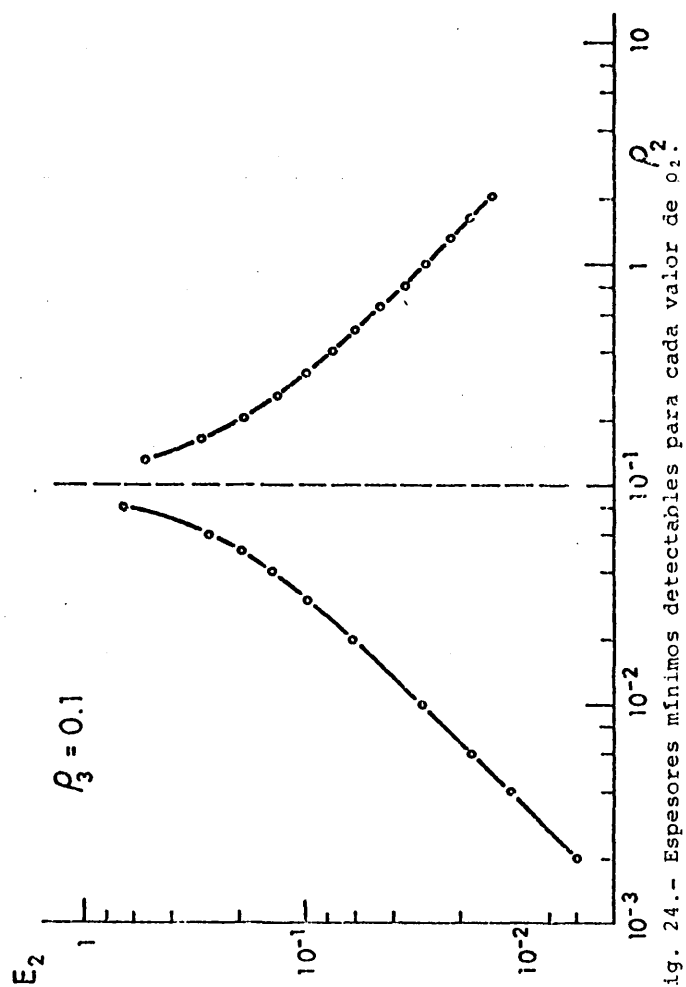


Fig. 24.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .



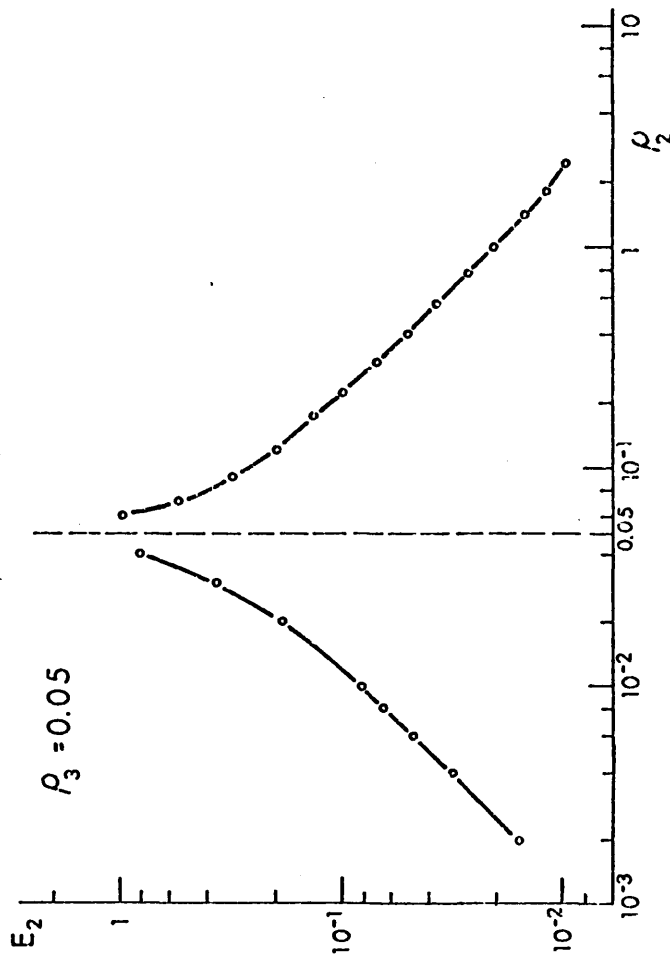


Fig. 25.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

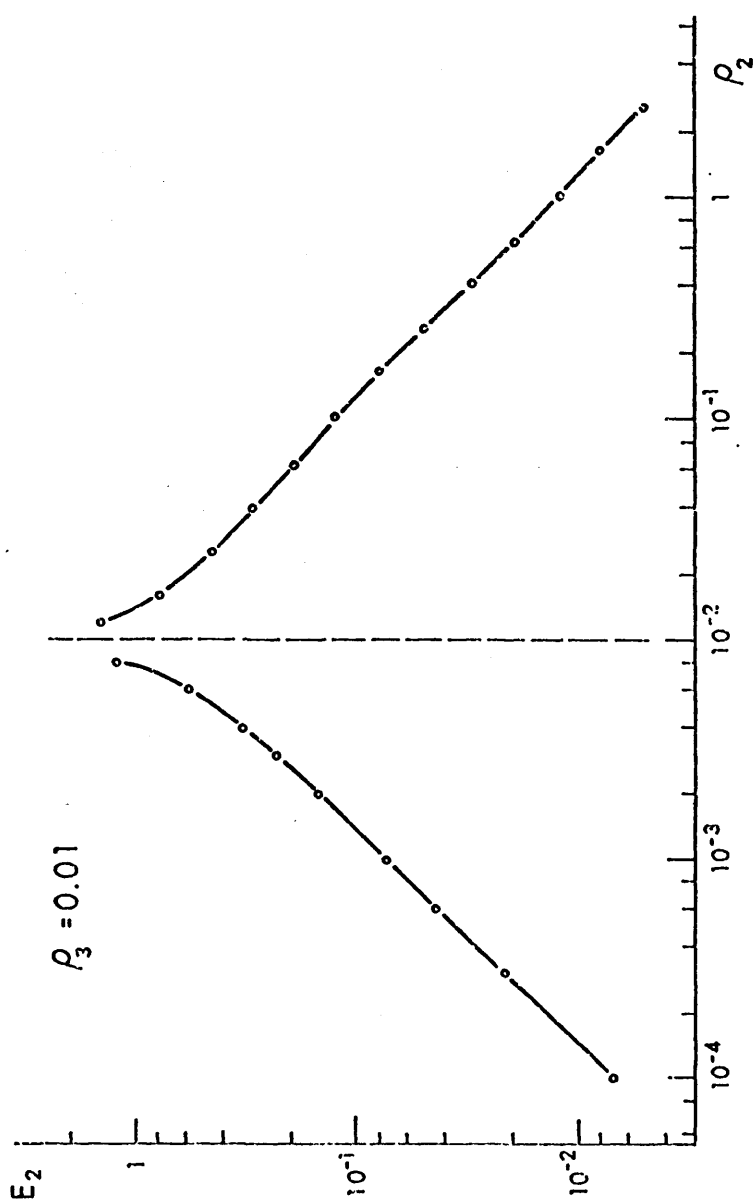


Fig. 26.- Espesores mínimos detectables para cada valor de  $\rho_2$ .

#### PROGRAMA SUPRES

Este programa calcula las tres funciones fundamentales del corte original de dos capas y las diferencias relativas a éstas, en tantos por ciento, de las de los cortes derivados de tres capas, para valores de las abscisas de 0.1 a  $10^4$  m.

Los datos de entrada son, por el siguiente orden:

- 1.- Coeficientes del filtro dado por JOHANSEN (XK).
- 2.- Espesores (THICK) y resistividades (RESIST) del corte original de dos capas.
- 3.- Resistividad de la segunda capa (RESIST(2)) del corte derivado de tres.
- 4.- Espesor de esta segunda capa (THICK(2)).

Se pueden calcular varios casos, incluyendo datos de espesores, resistividades de la segunda capa y parámetros del corte original, estando éstos convenientemente separados por fichas en blanco.

Una muestra de la salida se incluye a continuación del programa.

\* UNIVAC 1100 TIME/SHARING EXEC -MULTI-PROCESSOR SYSTEM - J.E.N. \*

```

C      PROGRAMA PARA ESTUDIAR LA DETECTABILIDAD Y EQUIVALENCIA ASOCIADA
C
      DIMENSION AZ(60),XAMDA(210),XK(140),THICK(9),RESIST(9),ROM(60),
      *ROA(60),V(210),ROM1(60),ROA1(60),V1(210)
      DOUBLE PRECISION XK
      AZ(1)=0.1
      DISP=EXP(ALOG(10.)/10.)
      N=230
      XAMDA(1)=1.72*AZ(1)/DISP**50
      DO 3 I=2,50
3      AZ(I)=AZ(I-1)*DISP
      DO 1 I=2,N
1      XAMDA(I)=XAMDA(I-1)*DISP
      READ(5,100) (XK(I),I=1,139)
100  FORMAT(5(D14.7,1X))
      10  LAYERS=?
      READ(5,101,END=500) (THICK(I),RESIST(I),I=1,LAYERS)
      A=RESIST(2)
101  FORMAT(3F10.2)
      IF(A.EQ.1.) GO TO 29
      CALL CALROM(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,ROM,50)
      CALL KERNE(LAYERS,XAMDA,THICK,RESIST,V,N)
      CALL CONVES(AZ,V,ROA,N,50,XK)
      CALL KERNE(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,V,50)
      WRITE(6,102) (RESIST(I),THICK(I),I=1,LAYERS)

```

```

102 FORMAT(1H1,20X,'FUNCIONES DEL CORTE FUNDAMENTAL,RO1=',F4.2,',E1=',
  *F4.2,',RO2=',F6.2,',C2=',F7.1)
  WRITE(6,103)
103 FORMAT(//,5X,'AB/2 , AZ 0 1/LAMBDA',10X,'RO MEDIA',10X,'RO APARENT
  *E',10X,'F.CAPACTERISTICA')
  WRITE(6,104) (AZ(I),ROM(I),ROA(I),V(I),I=1,50)
  GO TO 6
29 CONTINUE
  DO 5 I=1,50
    ROA(I)=1.
    ROM(I)=1.
    5 V(I)=1.
  6 CONTINUE
    RESIST(3)=RESIST(2)
    LAYERS=3
    THICK(3)=99999.
20 READ(5,101) RESIST(2)
  IF (RESIST(2).EQ.0.) GO TO 10
30 READ(5,106) THICK(2)
  IF (THICK(2).EQ.0.) GO TO 20
  CALL CALROM(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,ROM1,50)
  CALL KERNEL(LAYERS,XANDA,THICK,RESIST,V1,N)
  CALL CONVES(AZ,V1,ROA1,N,50,XK)
  CALL XERNEL(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,V1,50)
  DO 2 I=1,50
    ROM1(I)=100.*(ROM(I)-ROM1(I))/ROM(I)
    ROA1(I)=100.*(ROA(I)-ROA1(I))/ROA(I)
  2 V1(I)=100.*(V(I)-V1(I))/V(I)
  WRITE(6,105) (RESIST(I),I=1,LAYERS),(THICK(I),I=1,LAYERS)
104 FORMAT(9X,E12.5,14X,F8.3,11X,F8.3,16X,F8.3)
105 FORMAT(1H1,5X,'DIFERENCIAS DEL CORTE:ROSE=',3(F9.4,1X),', ESPESORES
  *=',2(F6.3,1X),',7.1,', CON EL FUNDAMENTAL')
106 FORMAT(3F10.3)
  WRITE(6,103)
  WRITE(6,104) (AZ(I),ROM1(I),ROA1(I),V1(I),I=1,50)
  GO TO 30
500 STOP
END

```

```

SUBROUTINE KERNEL(NH,XAMDA,H,RHO,V,N)
DIMENSION H(1),PHO(1),XAMDA(1),AMDA(550),V(1)
DO 11 J=1,N
V(J)=1.0
K=NH-1
K1=NH+1
AMDA(J)=-2.0/XAMDA(J)
DO 10 I=1,K
M=KK-I
L=NH-I
P=RHO(M)*V(J)
AK=(PHO(L)-P)/(RHO(L)+P)
PROD=AMDA(J)*H(L)
IF (PROD.LT.-50.) PROD=-50.
Q=AK*EXP(PROD)
A3Q=A3S(Q)
IF (A3Q-3.10-16) 1,1,2
1 V(J)=1.0
GO TO 10
3 V(J)=(1.0-Q)/(1.+Q)
10 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 14 J=1,N
V(J)=V(J)*RHO(1)
14 CONTINUE
50 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CALROM(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,ROM,NRADII)
DIMENSION THICK(1),RESIST(1),AZ(1),ROM(1),C(9),T(9),S(9),AZCRIT(9)
T(1)=THICK(1)*RESIST(1)
S(1)=THICK(1)/RESIST(1)
AZCRIT(LAYERS)=1.
NN=LAYERS-1
DO 2 I=2,NN
  T(I)=T(I-1)+THICK(I)*RESIST(I)
  S(I)=S(I-1)+THICK(I)/RESIST(I)
  DO 2 I=1,NN
    AZCRIT(I)=SORT(T(I)*S(I))
  2 C(I)=1./T(I)-S(I)*(RESIST(I+1)**2)
  IF I
10 CONTINUE
  IF(AZ(J).LE.AZCRIT(1)) GO TO 11
  I=1
  GO TO 12
11 ROM(J)=RESIST(1)
  J=J+1
  GO TO 13
12 CONTINUE
  IF(AZ(J).GE.AZCRIT(1).AND.AZ(J).LE.AZCRIT(I+1)) GO TO 13
  I=I+1
  IF(I.GT.NN) I=NN
  IF(J.GT.150.AND.I.GE.NN) GO TO 17
  IF(AZ(J).GT.AZCRIT(NN)) GO TO 13
  GO TO 12
13 CONS=1
  D=2.*CONS*RESIST(I+1)*AZ(J)
  D=D**2
  D=D+.1
  D=SQRT(D)
  E=2.*CONS*AZ(J)
  IF(CONS.LE.C.) GO TO 14
  ROM(J)=(1.+D)/E
  GO TO 15

```

```
14 POM(J)=(1.-D)/E
15 CONTINUE
16 IF (J.EQ.NRADII) GO TO 16
   JJ=J
   GO TO 12
17 N=J
   DO 18 JJ=NRADII
18 POM(JJ)=RESIST(LAYERS)
19 RETURN
END
```



```

      SUBROUTINE CONVES (RADIUS,VV,VES,NRAD,NRADII,XK)
      DIMENSION VES(1),RADIUS(1),VV(1),XK(1)
      DOUBLE PRECISION XK
C      AL=AB/2=SCHLUMBERGER ELECTRODE SPACING
      M=1
11  VES(M)=J.
      DO 9 J=1,139
      VES(M)=VES(M)+VV(140+M-J)*XK(J)
9   CONTINUE
      M=M+1
      IF (M .GT. NRADII) GO TO 12
      GO TO 11
12  CONTINUE
500  RETURN
      END

```

FUNCIONES DEL CORTE FUNDAMENTAL, RO1=1.00, E1=1.00, RO2=100.00, E2=99999.0

AB/2 , A2 O 1/LAMEDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F, CARACTERISTICA
.10300+00	1.000	.993	1.000
.12589+00	1.700	.994	1.000
.15849+00	1.700	.994	1.000
.19953+00	1.700	.995	1.000
.25119+00	1.700	.997	1.001
.31623+00	1.700	1.001	1.004
.39811+00	1.700	1.009	1.013
.50119+00	1.700	1.024	1.037
.63096+00	1.700	1.052	1.086
.79433+00	1.700	1.103	1.172
.10300+01	1.700	1.194	1.305
.12589+01	1.259	1.344	1.500
.15849+01	1.585	1.578	1.768
.19953+01	1.995	1.916	2.124
.25119+01	2.511	2.372	2.585
.31623+01	3.159	2.961	3.173
.39811+01	3.975	3.703	3.915
.50119+01	5.700	4.617	4.842
.63096+01	6.285	5.750	5.991
.79433+01	7.895	7.142	7.404
.10300+02	9.903	8.845	9.122
.12589+02	12.397	10.913	11.211
.15849+02	15.471	13.406	13.705
.19953+02	19.218	16.382	16.654
.25119+02	23.709	19.897	20.092
.31623+02	28.971	23.994	24.039
.39811+02	34.951	28.696	28.486
.50119+02	41.494	33.999	33.396
.63096+02	48.350	39.857	38.694
.79433+02	55.219	46.178	44.276
.10300+03	61.806	52.818	50.005
.12589+03	67.884	59.586	55.736
.15849+03	73.313	66.259	61.318
.19953+03	78.035	72.602	66.617
.25119+03	82.758	78.398	71.528
.31623+03	85.432	83.478	75.977
.39811+03	88.227	87.742	79.926
.50119+03	90.521	91.170	83.368
.63096+03	92.397	93.811	86.321
.79433+03	93.904	95.766	88.819
.10300+04	95.125	97.162	90.910
.12589+04	96.108	98.129	92.642
.15849+04	96.895	98.781	94.065
.19953+04	97.526	99.213	95.228
.25119+04	98.029	99.494	96.172
.31623+04	98.432	99.676	96.935
.39811+04	98.752	99.792	97.550
.50119+04	99.007	99.865	98.044
.63096+04	99.211	99.913	98.440
.79433+04	99.373	99.942	98.757

DIFERENCIAS DEL CORTE:RDS= 1.0000 30.0000 100.0000 ,ESPESORES = 1.000 9.000 99999.0 ,  
CON EL FUNDAMENTAL

AB/2 , A2 O 1/LAMEDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F.CARACTERISTICA
.10000+00	.000	.000	.000
.12589+00	.000	.000	.000
.15849+00	.000	.001	.000
.19953+00	.000	.001	.000
.25119+00	.000	.003	.000
.31623+00	.000	.005	.002
.39811+00	.000	.010	.006
.50119+00	.000	.020	.018
.63096+00	.000	.037	.041
.79433+00	.000	.067	.079
.10000+01	.000	.114	.135
.12589+01	.006	.183	.208
.15849+01	.008	.271	.299
.19953+01	.016	.375	.411
.25119+01	.030	.492	.546
.31623+01	.050	.623	.706
.39811+01	.083	.772	.895
.50119+01	.134	.942	1.111
.63096+01	.215	1.133	1.345
.79433+01	.340	1.344	1.564
.10000+02	.535	1.567	1.814
.12589+02	.832	1.793	2.019
.15849+02	1.277	2.007	2.185
.19953+02	1.923	2.194	2.305
.25119+02	2.826	2.338	2.374
.31623+02	3.318	2.429	2.391
.39811+02	3.781	2.463	2.360
.50119+02	2.797	2.442	2.283
.63096+02	2.465	2.367	2.167
.79433+02	2.127	2.247	2.019
.10000+03	1.783	2.087	1.849
.12589+03	1.487	1.896	1.665
.15849+03	1.209	1.680	1.475
.19953+03	.978	1.451	1.287
.25119+03	.787	1.218	1.108
.31623+03	.620	.992	.942
.39811+03	.503	.782	.792
.50119+03	.401	.597	.663
.63096+03	.319	.441	.545
.79433+03	.254	.315	.447
.10000+04	.202	.219	.364
.12589+04	.161	.149	.295
.15849+04	.128	.099	.239
.19953+04	.101	.065	.192
.25119+04	.081	.042	.154
.31623+04	.064	.027	.124
.39811+04	.051	.017	.099
.50119+04	.040	.011	.079
.63096+04	.033	.007	.063
.79433+04	.025	.004	.050

DIFERENCIAS DEL CORTE:RJS= 1.0007 80.0003 100.0000 ,ESPESORES = 1.000 15.000 99999.0 ,  
CON EL FUNDAMENTAL

AB/2 , AZ 0 1/LAMBOA	RO MEDIA	RO APARENTE	F,CAHACTERISTICA
.10205+00	.000	.000	.000
.12589+00	.000	.000	.000
.15849+00	.000	.001	.000
.19953+00	.000	.001	.000
.25119+00	.000	.003	.000
.31623+00	.000	.005	.002
.39811+00	.000	.010	.005
.50119+00	.000	.020	.016
.63796+00	.000	.037	.041
.79433+00	.000	.067	.079
.10205+01	.000	.116	.135
.12589+01	.006	.186	.208
.15849+01	.008	.276	.299
.19953+01	.016	.383	.411
.25119+01	.030	.504	.546
.31623+01	.050	.642	.709
.39811+01	.083	.802	.906
.50119+01	.134	.993	1.142
.63796+01	.215	1.206	1.421
.79433+01	.340	1.460	1.740
.10205+02	.535	1.744	2.085
.12589+02	.832	2.056	2.437
.15849+02	1.277	2.387	2.768
.19953+02	1.923	2.718	3.052
.25119+02	2.926	3.028	3.269
.31623+02	4.327	3.293	3.405
.39811+02	6.742	3.478	3.454
.50119+02	9.580	3.575	3.420
.63796+02	14.754	3.573	3.309
.79433+02	21.999	3.475	3.133
.10205+03	29.999	3.292	2.906
.12589+03	44.449	3.036	2.644
.15849+03	67.004	2.726	2.363
.19953+03	100.004	2.379	2.078
.25119+03	150.007	2.015	1.799
.31623+03	225.008	1.654	1.537
.39811+03	337.007	1.313	1.298
.50119+03	506.008	1.008	1.084
.63796+03	753.008	.747	.898
.79433+03	1130.008	.537	.738
.10205+04	1700.008	.375	.603
.12589+04	2550.008	.254	.493
.15849+04	3825.008	.170	.396
.19953+04	5737.008	.111	.319
.25119+04	8605.008	.072	.257
.31623+04	12907.008	.046	.206
.39811+04	19360.008	.030	.165
.50119+04	28917.008	.018	.132
.63796+04	43376.008	.012	.105
.79433+04	65064.008	.008	.084

DIFERENCIAS DEL CORTE: PJS= 1.0000 80.0000 100.0000 , ESPESORES = 1.000 30.000 9999.0 ,  
CON EL FUNDAMENTAL

AB/2 , A2 O 1/LAMEDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F CARACTERISTICA
.10000*00	.000	.000	.000
.12589*00	.000	.000	.000
.15849*00	.000	.001	.000
.19953*00	.000	.001	.000
.25119*00	.000	.003	.000
.31623*00	.000	.005	.002
.39811*00	.000	.010	.005
.50119*00	.000	.020	.018
.63095*00	.000	.037	.041
.79433*00	.000	.068	.079
.10000*01	.000	.117	.135
.12589*01	.006	.187	.208
.15849*01	.008	.279	.299
.19953*01	.016	.387	.411
.25119*01	.030	.511	.546
.31623*01	.050	.654	.709
.39811*01	.083	.821	.906
.50119*01	.134	1.020	1.145
.63095*01	.215	1.256	1.435
.79433*01	.340	1.536	1.783
.10000*02	.535	1.864	2.199
.12589*02	.832	2.244	2.683
.15849*02	1.277	2.676	3.215
.19953*02	1.923	3.157	3.774
.25119*02	2.826	3.673	4.311
.31623*02	4.200	4.233	4.777
.39811*02	5.997	4.711	5.127
.50119*02	7.189	5.154	5.333
.63095*02	7.844	5.480	5.382
.79433*02	6.810	5.645	5.280
.10000*03	5.781	5.622	5.046
.12589*03	4.816	5.409	4.708
.15849*03	3.956	5.028	4.296
.19953*03	3.215	4.515	3.843
.25119*03	2.594	3.916	3.376
.31623*03	2.083	3.279	2.918
.39811*03	1.666	2.649	2.488
.50119*03	1.330	2.063	2.096
.63095*03	1.060	1.550	1.747
.79433*03	.844	1.126	1.443
.10000*04	.672	.792	1.184
.12589*04	.534	.543	.965
.15849*04	.425	.363	.783
.19953*04	.338	.239	.633
.25119*04	.268	.155	.509
.31623*04	.213	.100	.409
.39811*04	.169	.064	.328
.50119*04	.135	.040	.262
.63095*04	.107	.026	.209
.79433*04	.085	.017	.167

FUNCIONES DEL CORTE FUNDAMENTAL, RO1=1.00, E1=1.00, RO2= .05, E2=99999.0

AB/2 , AZ O 1/LAMBDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F, CARACTERISTICA
.10000+00	1.000	.999	1.000
.12589+00	1.000	.999	1.000
.15849+00	1.000	.999	1.000
.19953+00	1.000	.998	1.000
.25119+00	1.000	.997	.999
.31623+00	1.000	.994	.997
.39811+00	1.000	.988	.988
.50119+00	1.000	.978	.967
.63096+00	1.000	.959	.927
.79433+00	1.000	.925	.864
.10000+01	1.000	.868	.782
.12589+01	.795	.778	.688
.15849+01	.633	.653	.592
.19953+01	.505	.499	.501
.25119+01	.403	.342	.420
.31623+01	.323	.209	.351
.39811+01	.260	.121	.292
.50119+01	.211	.076	.245
.63096+01	.173	.058	.206
.79433+01	.143	.053	.174
.10000+02	.127	.051	.149
.12589+02	.103	.050	.129
.15849+02	.091	.050	.113
.19953+02	.081	.050	.100
.25119+02	.074	.050	.090
.31623+02	.068	.050	.081
.39811+02	.064	.049	.075
.50119+02	.061	.049	.070
.63096+02	.059	.049	.066
.79433+02	.057	.049	.063
.10000+03	.055	.049	.060
.12589+03	.054	.049	.058
.15849+03	.053	.049	.056
.19953+03	.053	.049	.055
.25119+03	.052	.049	.054
.31623+03	.052	.049	.053
.39811+03	.051	.049	.053
.50119+03	.051	.049	.052
.63096+03	.051	.049	.052
.79433+03	.051	.049	.051
.10000+04	.051	.049	.051
.12589+04	.050	.049	.051
.15849+04	.050	.049	.051
.19953+04	.050	.049	.050
.25119+04	.050	.049	.050
.31623+04	.050	.049	.050
.39811+04	.050	.049	.050
.50119+04	.050	.049	.050
.63096+04	.050	.049	.050
.79433+04	.050	.049	.050

DIFERENCIAS DEL CORTE: PJS= 1.000 4000 4350 , ESPEORES = 1.000 4040 9999.00 ,  
CON EL FUNDAMENTAL

AR/2 , A7 O 1/LAMBDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F, CARACTERISTICA
.10000*00	.000	-.001	.000
.12589*00	.000	-.002	-.000
.15179*00	.000	-.003	-.000
.17768*00	.000	-.007	-.001
.20358*00	.000	-.012	-.007
.22947*00	.000	-.025	-.032
.25537*00	.000	-.049	-.090
.28126*00	.000	-.093	-.203
.30716*00	.000	-.174	-.370
.33305*00	.000	-.316	-.570
.35895*01	.000	-.553	-.772
.38484*01	-1.567	-.925	-.948
.41074*01	-1.567	-1.464	-1.083
.43663*01	-1.549	-2.174	-1.174
.46253*01	-1.531	-2.991	-1.226
.48842*01	-1.506	-3.687	-1.245
.51432*01	-1.467	-3.736	-1.237
.54021*01	-1.412	-2.639	-1.209
.56611*01	-1.336	-2.161	-1.165
.59200*01	-1.237	-.386	-1.106
.61789*02	-1.117	-.151	-1.036
.64379*02	-.982	-.079	-.957
.66968*02	-.843	-.047	-.873
.69557*02	-.707	-.028	-.785
.72147*02	-.584	-.018	-.696
.74736*02	-.476	-.011	-.609
.77326*02	-.384	-.007	-.526
.79915*02	-.309	-.004	-.449
.82505*02	-.247	-.003	-.379
.85094*02	-.197	-.002	-.317
.87684*03	-.157	-.001	-.262
.90273*03	-.125	-.001	-.216
.92863*03	-.099	-.000	-.176
.95452*03	-.079	-.000	-.143
.98042*03	-.063	-.000	-.116
.10000*03	-.057	-.000	-.094
.12589*03	-.047	-.000	-.075
.15179*03	-.031	-.000	-.060
.17768*03	-.025	-.000	-.048
.20358*03	-.020	-.000	-.039
.22947*04	-.016	-.000	-.031
.25537*04	-.013	-.000	-.025
.28126*04	-.010	-.000	-.020
.30716*04	-.008	-.000	-.016
.33305*04	-.006	-.000	-.012
.35895*04	-.005	-.000	-.010
.38484*04	-.004	-.000	-.008
.41074*04	-.003	-.000	-.006
.43663*04	-.002	-.000	-.005
.46253*04	-.002	-.000	-.004

DIFERENCIAS DEL CORTEFOS: 1.0000 .4000 .0500 , ESPESORES = 1.000 .080 99999.0 ,  
CON EL FUNDAMENTAL

AR/2 , 22 O 1/LAMBDA	RO MEDIA	RO APARENTE	F, CARACTERISTICA
.10000*00	.707	-.002	.000
.12500*00	.707	-.003	-.000
.15000*00	.707	-.006	-.000
.17500*00	.707	-.012	-.002
.20000*00	.707	-.025	-.013
.22500*00	.707	-.048	-.056
.25000*00	.707	-.093	-.170
.27500*00	.707	-.178	-.388
.30000*00	.707	-.334	-.716
.32500*00	.707	-.609	-1.113
.35000*01	.707	-1.071	-1.517
.37500*01	-3.133	-1.801	-1.872
.40000*01	-3.119	-2.868	-2.246
.42500*01	-3.197	-4.292	-2.333
.45000*01	-3.164	-5.957	-2.440
.47500*01	-3.112	-7.421	-2.481
.50000*01	-2.936	-7.609	-2.469
.52500*01	-2.926	-5.448	-2.415
.55000*01	-2.674	-2.432	-2.326
.57500*01	-2.477	-.816	-2.210
.60000*02	-2.237	-.318	-2.071
.62500*02	-1.968	-.166	-1.914
.65000*02	-1.689	-.098	-1.745
.67500*02	-1.418	-.060	-1.569
.70000*02	-1.170	-.037	-1.391
.72500*02	-.953	-.023	-1.217
.75000*02	-.770	-.014	-1.051
.77500*02	-.618	-.009	-.897
.80000*02	-.494	-.006	-.757
.82500*02	-.394	-.004	-.633
.85000*03	-.314	-.002	-.525
.87500*03	-.257	-.001	-.432
.90000*03	-.199	-.001	-.353
.92500*03	-.158	-.000	-.287
.95000*03	-.125	-.000	-.232
.97500*03	-.100	-.000	-.187
.10000*03	-.079	-.000	-.151
.10250*03	-.063	-.000	-.121
.10500*03	-.050	-.000	-.097
.10750*03	-.040	-.000	-.077
.11000*04	-.032	-.000	-.062
.11250*04	-.025	-.000	-.049
.11500*04	-.020	-.000	-.039
.11750*04	-.016	-.000	-.031
.12000*04	-.013	-.000	-.025
.12250*04	-.010	-.000	-.020
.12500*04	-.008	-.000	-.016
.12750*04	-.006	-.000	-.012
.13000*04	-.005	-.000	-.010
.13250*04	-.004	-.000	-.008



140

## CAPITULO IV

### LA INTERPRETACION AUTOMATICA CONTROLADA

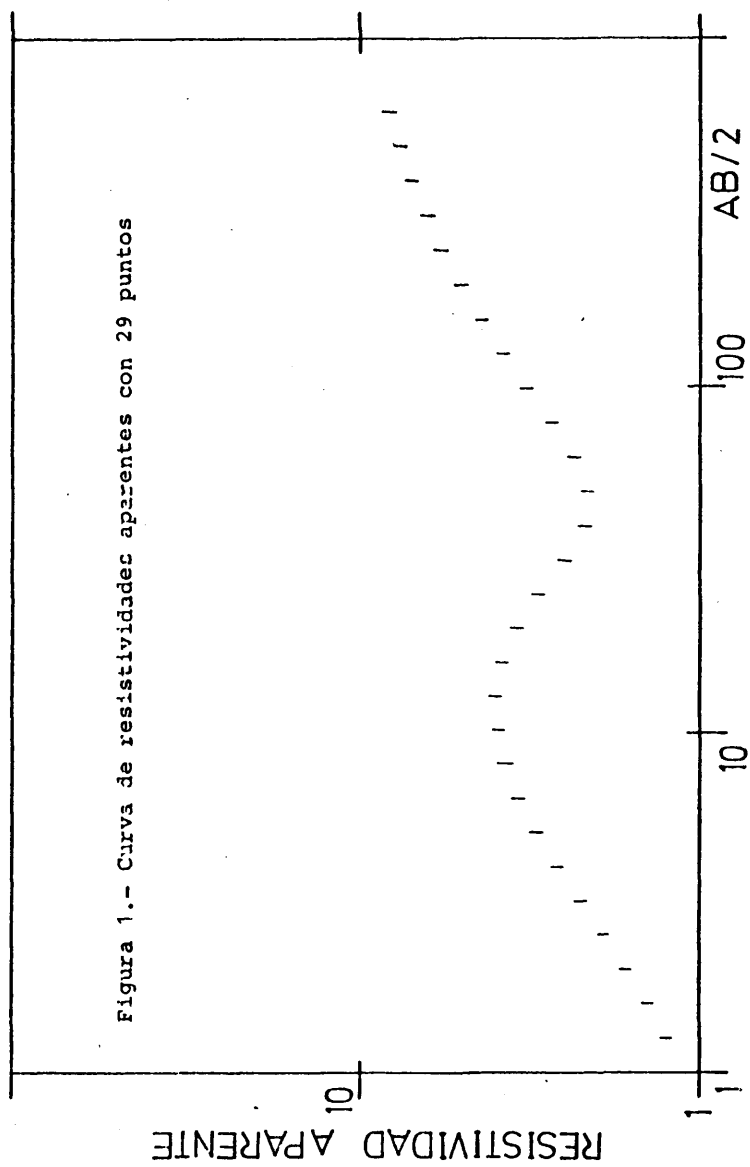
#### IV.1 INTRODUCCION

A pesar de las limitaciones del método, como las expresadas en el capítulo anterior, podríamos preguntarnos si es posible diseñar un procedimiento de interpretación del que se deduzca, no solo una solución, sino el dominio de soluciones dentro del cual se pueda elegir aquella que esté mas de acuerdo con los datos auxiliares de que se disponga. De esta cuestión se trata a continuación.

#### IV.2 GENERALIZACION DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA

El método de interpretación de Zohdy permite obtener un corte de tantas capas como puntos definan la curva de partida, o sea, el número de puntos muestreados. Cabe preguntarse entonces qué es lo que ocurrirá si se interpreta por el método de Zohdy una curva teórica, dada por 29 puntos, por ejemplo, y que corresponda a un corte de cuatro capas. Como dicho proceso interpretativo determinará, en este caso, 29 capas, podría pensarse que éstas se distribuirían en cuatro grupos. Por ejemplo, las tres primeras tendrían la misma resistividad, luego vendrían, digamos, siete capas de resistividades diferentes a la anterior, pero iguales entre si, y así sucesivamente.

Al pasar a la práctica, sin embargo, las cosas no suceden así. Por ejemplo, para la curva de resistividades aparentes, obtenida teóricamente con 29 puntos (Figura 1) para un corte de



cuatro capas, (Figura 2), y sometida al procedimiento de Zohdy, se obtiene como solución el corte de 29 capas, fácilmente reducibles a las 23 representadas en la figura 3. No debe olvidarse que ésto solo significa que dicho corte da lugar a una curva de campo cuya diferencia con la del corte de cuatro capas de partida es inferior al error experimental admisible en el campo. A pesar de ello, el corte representado en la figura 3 no es de cuatro capas, ni se ven en él capas sucesivas de valores iguales o casi iguales entre si, salvo en la parte final de la curva.

La principal consecuencia que puede deducirse de este ejemplo es que, como ya apuntamos en el capítulo anterior, no puede hablarse de "una curva de tantas capas", pues puede haber cortes con número de capas muy diferentes que correspondan a curvas que difieran de la dada en menos del error experimental.

Otro ejemplo de esto último viene dado por la figura 4. En ella se representan cortes de cuatro, cinco y nueve capas. Sus gráficas espesor-resistividad se parecen poco entre si, aunque presentan ciertos rasgos comunes; sin embargo, las curvas teóricas de resistividades aparentes que les corresponden discrepan entre ellas menos del 5%, margen de error admitido usualmente, (Figura 5). Por tanto, los tres cortes de la figura 4 y el de la figura 3 pueden considerarse como soluciones de la misma curva de campo (Figura 2).

La disparidad entre dichos casos podría llevar a conclusiones desfavorables para el método SEV. No es así sin embargo, y la relación que existe entre ellos se manifiesta claramente si la variación de la resistividad con la profundidad se expresa de otro modo.

Este otro modo de considerar la función resistividad-profundidad tiene su origen en una propiedad de los cortes compuestos de capas homogéneas e isótropas, paralelas entre si y de resistividades diferentes, de la que ya se ha hablado en el apartado

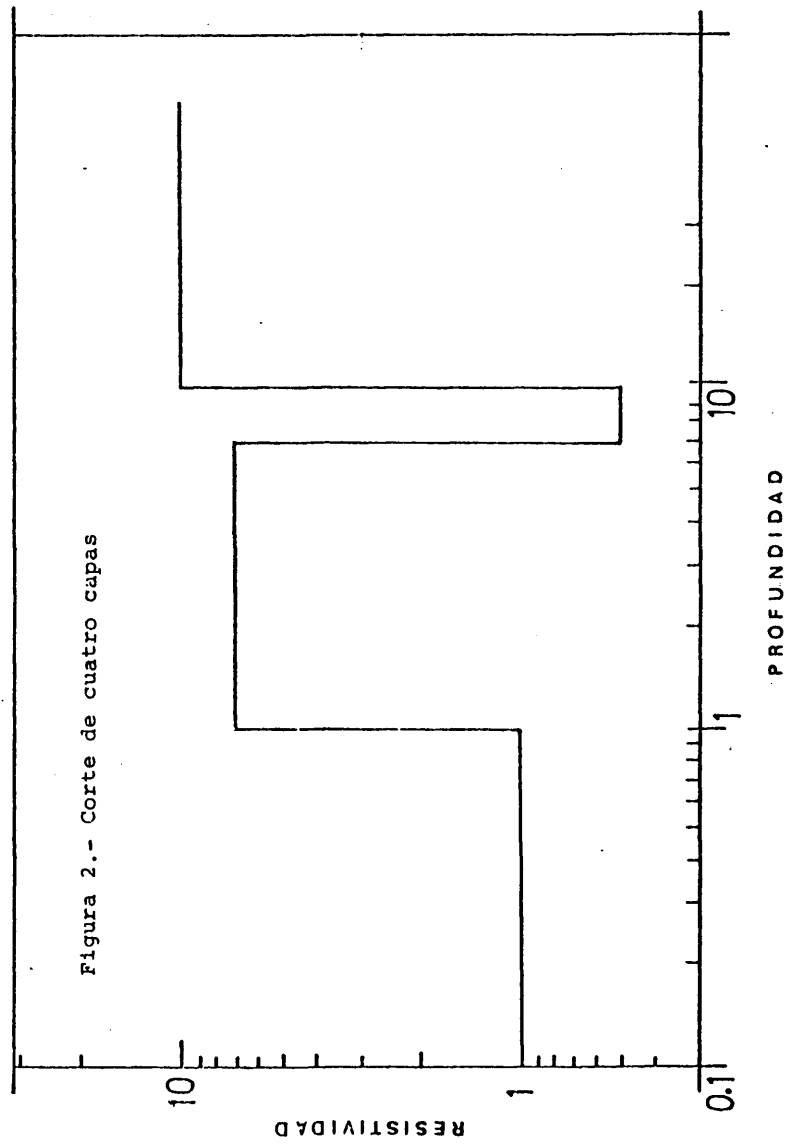
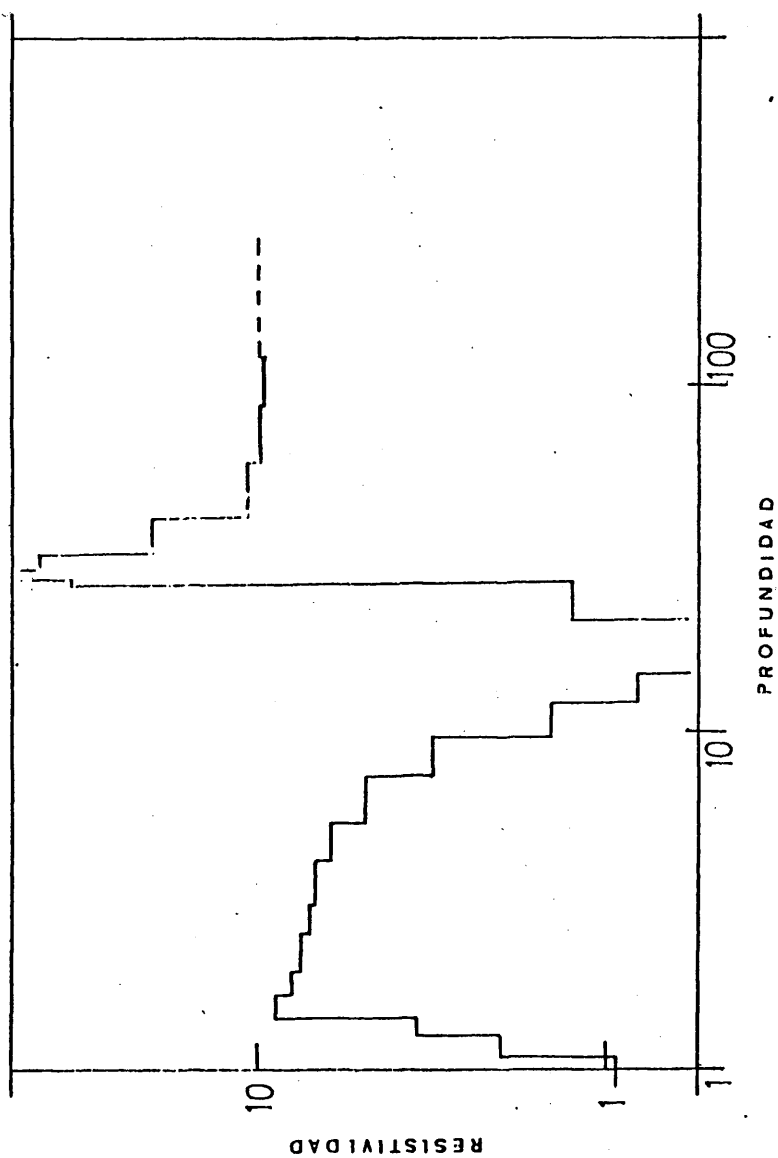
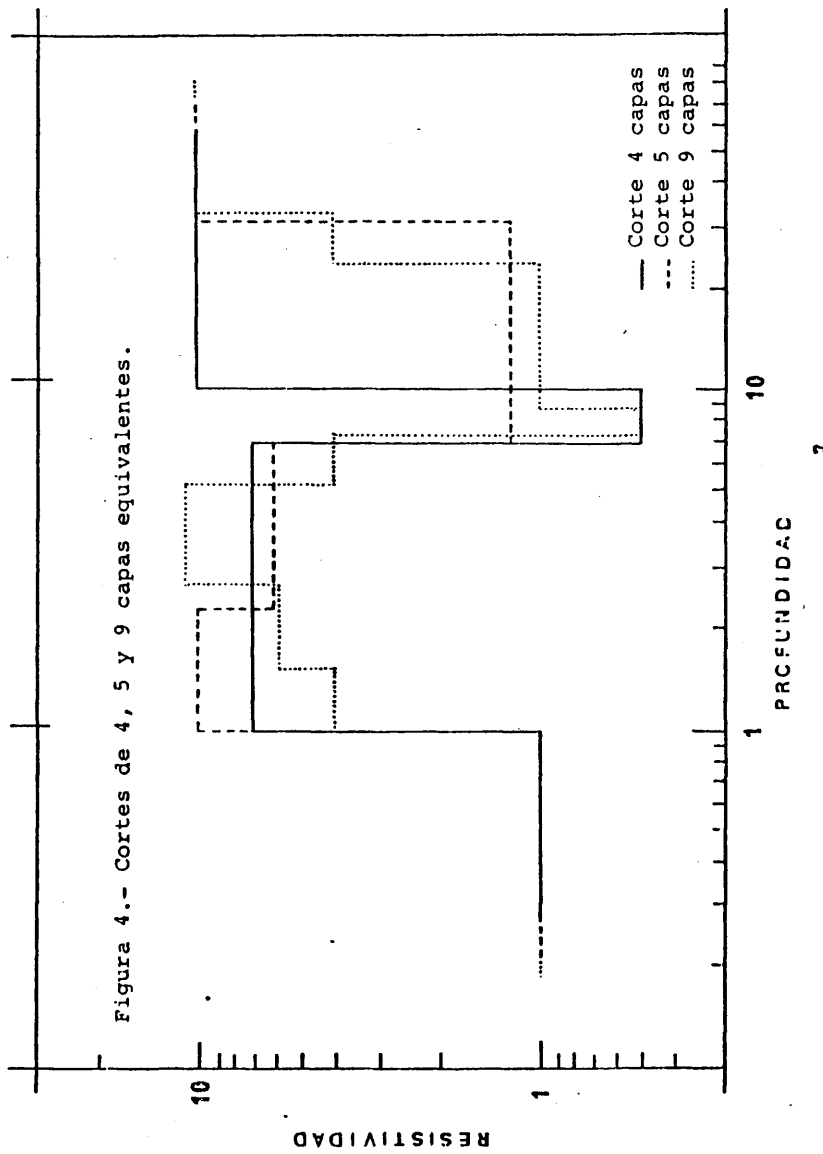


Figura 3.- Corte de 23 capas "solución bruta".





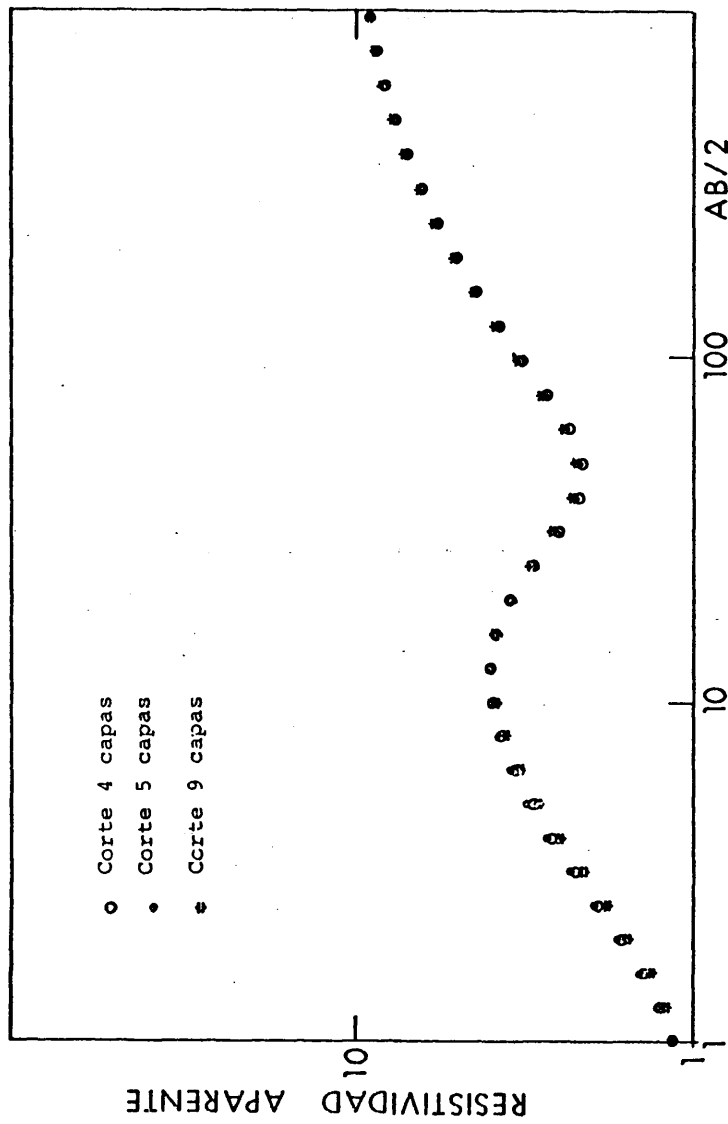


Figura 5.- Curvas de campo de los tres cortes considerados.

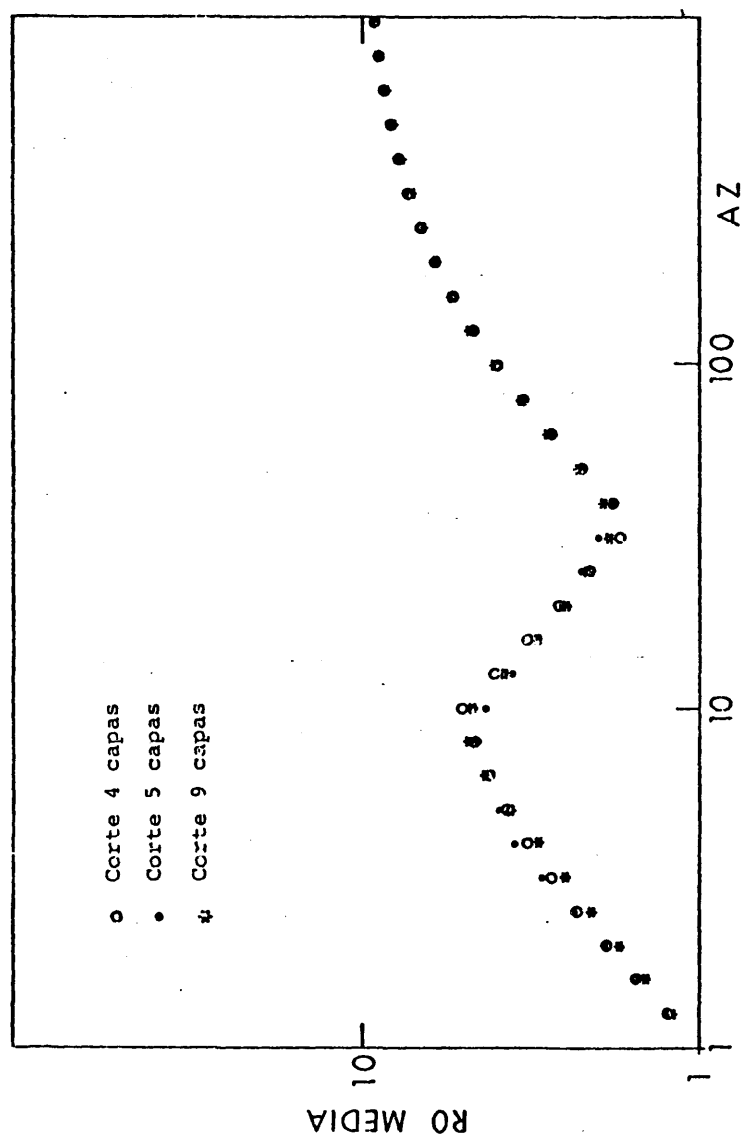


Figura 6.- Curvas de Dar Zarrouk de los tres cortes considerados.



I.7, al sustituir un medio estratificado por otro, definido por la función  $\rho_m(Az)$ , de tal modo que las magnitudes T y S conservan su valor original. A la representación gráfica de esta función  $\rho_m(Az)$  le hemos llamado curva de Dar Zarrouk del corte considerado.

La figura 6 representa las curvas de Dar Zarrouk de los tres cortes geoelectricos de la figura 4. Como se ve, estas curvas difieren poco entre si. Ello comprueba la idea de Maillet de que toda la información contenida en un SEV puede expresarse en forma de curva de Dar Zarrouk.

Si las mediciones geoelectricas fueran absolutamente exactas y se pudiera obtener la curva continua  $\rho_a(r)$ , a cada curva de campo le correspondería un solo corte geoelectrico, (STEVENSON, 1934), y una sola curva de Dar Zarrouk. Como en la realidad, por múltiples causas, la precisión de dichas medidas no puede ser mejor de algunas unidades por ciento, a cada curva de campo le corresponde un cierto dominio en el espacio de las CDZ y otro, de mas difícil definición, en el de los cortes geoelectricos. Es decir, que una variación pequeña en la curva de campo produce otras en la CDZ y en los parámetros del corte, pero esta última es mucho mayor. Un ejemplo de esto lo constituyen las figuras 4, 5 y 6.

#### IV.3 EL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA Y LA CURVA DE DAR ZARROUK

El principio de equivalencia se aclara tambien mediante las curvas de Dar Zarrouk. Se observa en ellas que un desplazamiento pequeño de un punto anguloso puede dar lugar a variación grande en los parámetros de la capa correspondiente.

En el caso de una capa equivalente en T, lo que se hace es sustituir el punto anguloso P, (Figura 7), por otro P', próximo a él y situado sobre la recta T=constante (de pendiente -1). El

Figura 7.- Equivalencia clásica

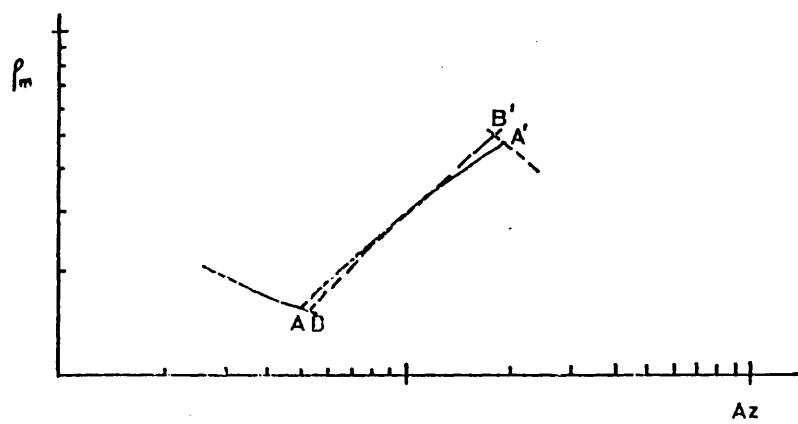
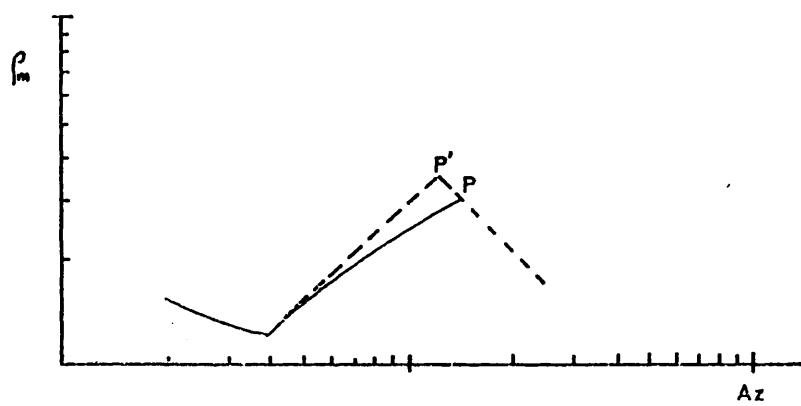


Figura 8.- Equivalencia de Zohdy.

desplazamiento ha de ser pequeño para que la variación de  $S$  lo sea también

Existe otro método de modificar el corte, con menor variación en la CDZ y, por tanto, con menor cambio también en la curva de campo, (ZOHDY, 1974). En este caso el cambio afecta no solo a la capa considerada, sino a la inmediata suprayacente. Si el arco  $AA'$ , (Figura 8), correspondiente a una capa del corte, se sustituye por el  $BB'$ , la distancia entre los puntos  $A'B'$  puede ser menor que la que existía entre los puntos  $PP'$  del caso anterior, con lo que se obtiene una equivalencia más exacta.

Se da la circunstancia curiosa de que las diversas soluciones de un estrato resistivo, aplicando el método del punto auxiliar, cumplen este tipo de equivalencia, como ya dijimos en el apartado II.5, que debe denominarse "equivalencia de Zohdy".

Además, como hemos visto en el apartado anterior, un arco de la CDZ puede ser sustituido por varios que discrepen poco de él, o viceversa, lo que indica que, en las diversas soluciones de una curva de campo, el número de capas no es fijo.

La conclusión que se puede obtener de lo dicho es que la equivalencia es un fenómeno más general y complejo de lo que se pensaba, llegándose a la siguiente definición: "Se llaman cortes equivalentes a aquellos que, aunque difieran en los parámetros de sus capas, incluso en el número de éstas, tienen curvas de campo que difieren entre ellas en menos del límite del error experimental admitido". (ORELLANA Y HERNANDEZ, 1979).

#### IV.4 LA INTERPRETACION AUTOMATICA CONTROLADA

Se deduce de lo anterior que una misma curva de campo puede ser debida a cortes geoeléctricos diferentes, pero cuyas curvas de Dar Zarrouk son poco distintas entre si. El interpretador debe elegir entre estas soluciones, para lo que necesita conocerlas todas y utilizar criterios adecuados para la elección. Veamos como pueden satisfacerse estas exigencias.

A la primera de ellas puede responderse mediante la aplicación de un método interpretativo que, como los de Kunetz y Rocroi o Zohdy obtenga la CDZ correspondiente a la de campo dada, ya que en ella se contienen todas las soluciones posibles del corte.

Tales soluciones son las que se deducen de las expresiones

$$\rho_m(z) = \{T(z)/S(z)\}^{1/2}$$

$$Az(z) = \{T(z).S(z)\}^{1/2}$$

aplicadas a los puntos angulosos de la CDZ hallada, o a otros nuevos que disten poco de dicha curva.

La segunda cuestión es el modo de elegir entre las soluciones posibles, para lo que no existe respuesta única, pero siempre hay que escoger alguna solución coherente con las dadas para SEV próximos y con la información complementaria disponible.

Ahora bien, las soluciones que interesan en la práctica suelen tener menor número de capas que las dadas por los métodos automáticos de KUNETZ y ROCROI (1970) y ZOHDY (1974), por lo que éstos van provistos de opciones que permiten simplificar automáticamente el corte hallado, reduciendo el número de ca-

pas a un valor prefijado para cada caso.

Este camino nos ha llevado a decepciones, pues aunque se obtiene el número de capas deseado, estas no suelen ser las que el interpretador desea. Encuentra, a veces, innecesariamente detalladas partes poco interesantes del corte y drásticamente simplificadas las zonas de mayor interés.

Estas y otras circunstancias llevan a la conclusión de que la interpretación de SEV no puede reducirse a un proceso puramente automático, lo que no hace sino confirmar opiniones anteriores de KUNETZ y ROCROI (1970) y ORELLANA (1972).

Hemos pensado que las posibilidades del cálculo automático pueden aprovecharse adecuadamente en este caso si en el proceso se intercala una fase, que podemos llamar "manual" o "personal", en la que el interpretador puede elegir la solución final.

De acuerdo con ello hemos ideado, desarrollado y experimentado un método de interpretación automática controlada que cumple dicho requisito.

Este método se puede descomponer en tres etapas:

- a- Los datos de campo se someten a uno de los procesos automáticos mencionados, se determina un corte solución de gran número de capas y se trazan los puntos de la CDZ correspondiente.
- b- Se establece una curva de Dar Zarrouk que pase por los puntos hallados o diste poco de ellos, pudiendo coincidir o no los puntos angulosos con los hallados, y cumpla las condiciones exigidas por la información geológica en lo que respecta a número de capas, resistividades, etc.
- c- En una nueva y sencilla fase automática las coordenadas de los nuevos puntos angulosos determinados en b) se transforman

en espesores y resistividades mediante las relaciones:

$$T_i = Az_i \cdot \rho_{mi}$$

$$S_i = Az_i / \rho_{mi}$$

$$T_{i+1} = Az_{i+1} \cdot \rho_{i+1}$$

$$S_{i+1} = Az_{i+1} / \rho_{i+1}$$

$$\Delta T_i = T_{i+1} - T_i$$

$$\Delta S_i = S_{i+1} - S_i$$

$$E_i = \{\Delta T_i \cdot \Delta S_i\}^{1/2}$$

$$\rho_i = \{\Delta T_i / \Delta S_i\}^{1/2}$$

siendo:  $(Az_i, \rho_{mi})$  y  $(Az_{i+1}, \rho_{i+1})$  las coordenadas de dos puntos angulosos de la CDZ que limitan el arco correspondiente a la capa  $i$ ;  $T_i$ ,  $S_i$ ,  $T_{i+1}$  y  $S_{i+1}$  son los parámetros de Dar Zarrouk hasta el techo y el muro de esa capa;  $\Delta T_i$ ,  $\Delta S_i$  los parámetros de Dar Zarrouk de dicha capa y  $E_i$ ,  $\rho_i$  su espesor y resistividad.

Si la solución así hallada requiere corrección ulterior de algún espesor o resistividad, para mayor coherencia con los SEV próximos o por otros motivos, ésta puede efectuarse, de modo sencillo y rápido, modificando adecuadamente la CDZ obtenida.

La validez de estas soluciones puede comprobarse, si se desea, mediante el cálculo de las curvas de campo correspondientes y comparación con la inicial.

Hemos aplicado el método a más de un centenar de curvas de campo proporcionadas por IBERGESA, dos de las cuales, con las correspondientes soluciones elegidas, se encuentran en las figuras 9 a 16.

**CASO 1:**

La figura 9 representa la curva de resistividades aparentes obtenida en el campo, con 19 puntos y valores de  $AB/2$  entre 2 y 500 m. Al no corresponder las abscisas de estos puntos con las debidas a una densidad de muestreo de 10 puntos por ciclo logarítmico, ha sido necesario interpolar, obteniéndose en el intervalo 2-500 m, 25 puntos muestreados.

A esta curva, así muestreada, se le aplicó el método de Zohdy, obteniéndose como primera solución, o solución bruta, un corte de 25 capas, representado en la figura 10 por la sucesión de puntos angulosos de la CDZ.

Como este corte solución resultaba demasiado detallado, teniendo en cuenta la información complementaria disponible, se eligió otra solución, representada en la figura 11, cuya curva de Dar Zarrouk corresponde a la trazada con línea continua en la figura 10. Como puede observarse, dista poco de los puntos obtenidos como solución bruta.

En este paso se ha aplicado la equivalencia de Zohdy y una generalización de la misma, al sustituir varias capas por una sola, sin que en la curva de campo se manifieste una variación apreciable.

En la figura 12 se representan la curva de resistividades aparentes obtenida en el campo (puntos) y la curva de resistividades aparentes teórica correspondiente al modelo representado en la figura 11.

Como puede observarse, las diferencias entre ellas son menores del error admitido, por lo que dicho corte puede ser considerado como solución.

## CASO 2

La figura 13 representa, como en el caso anterior, la curva de resistividades aparentes obtenida en el campo.

La solución primera que se obtiene por el método de Zohdy, después de interpolar para lograr la densidad de muestreo deseada, así como la obtenida por suavizado manual, se encuentran representadas en la figura 14.

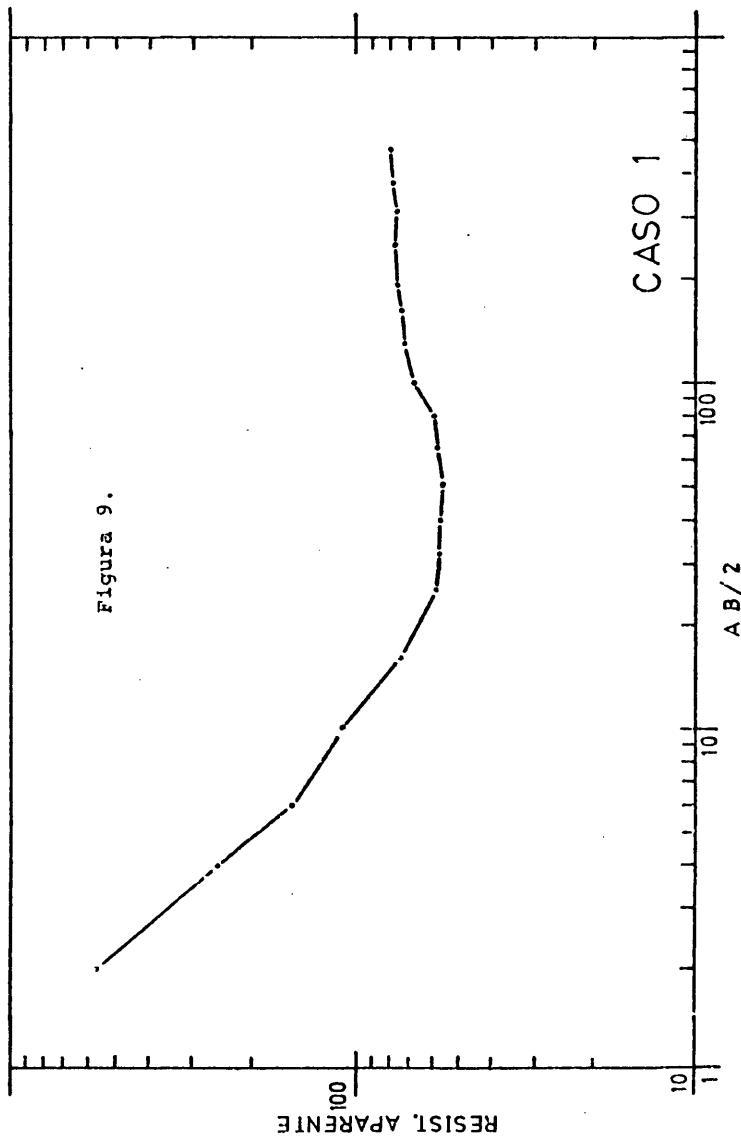
El modelo correspondiente a esta última se encuentra representado en la figura 15.

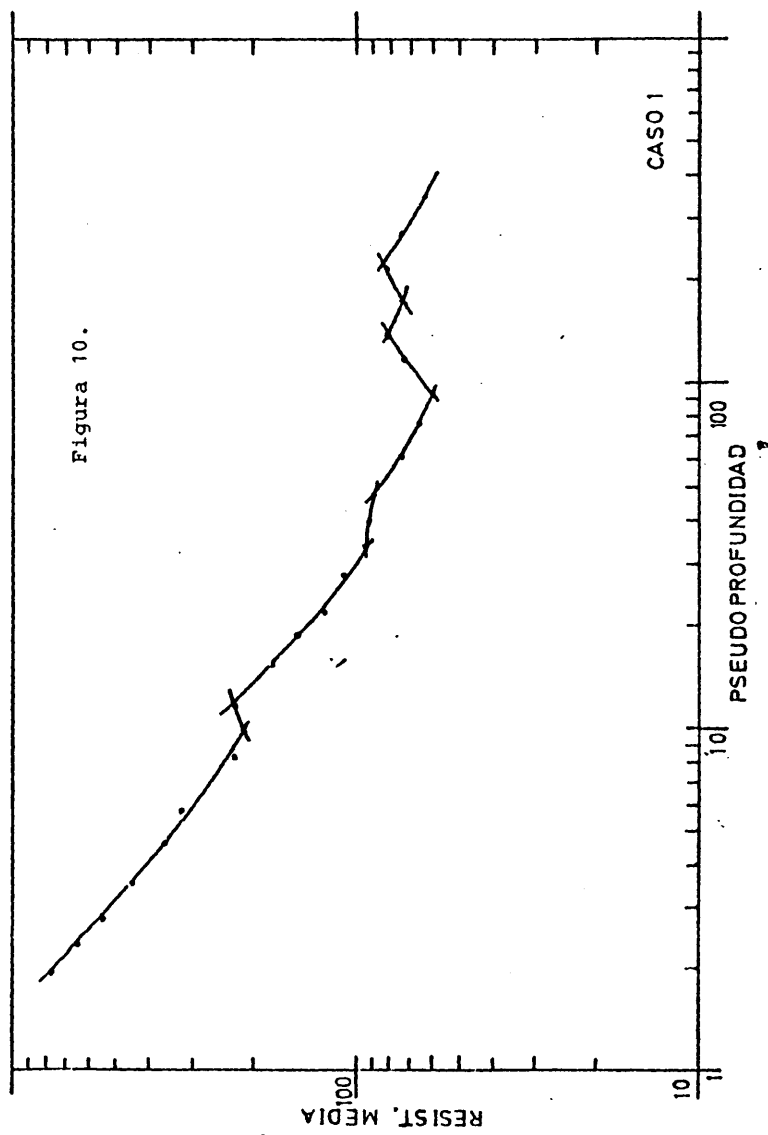
Finalmente, en la figura 16 se representan las curvas de resistividades aparentes: la obtenida en el campo y la teórica correspondiente al modelo.

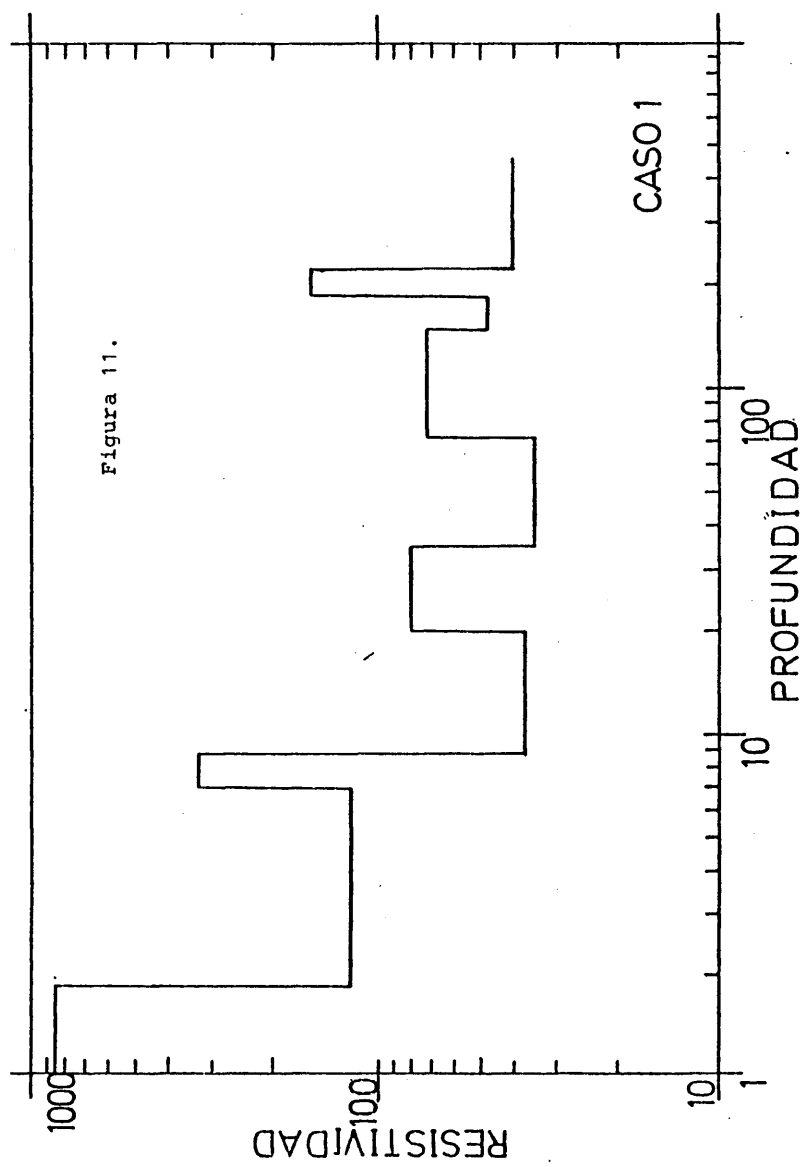
Para realizar la primera etapa se ha modificado el programa original de Zohdy, en el sentido de utilizar el filtro dado por JOHANSEN(1975), de mayor número de coeficientes, pero más preciso, que trabaja con diez puntos por ciclo logarítmico, y añadir una subrutina para dibujar la curva de Dar Zarrouk de la "solución bruta", es decir, antes de reducir el número de capas.

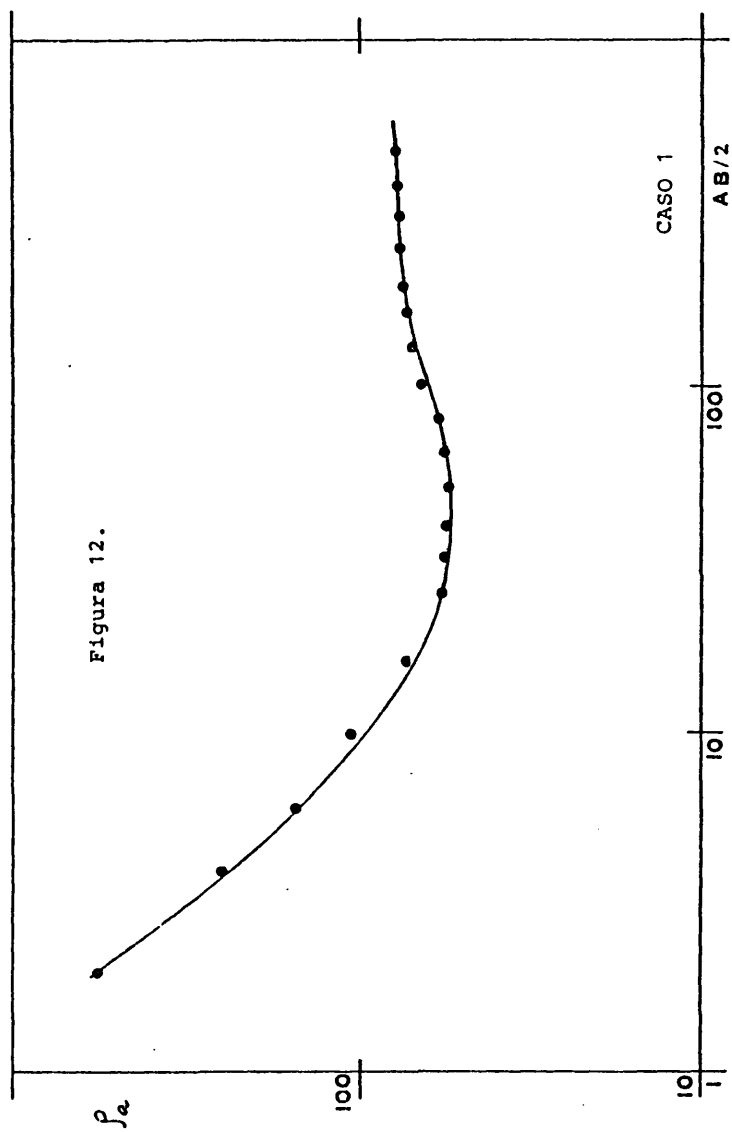
Un listado del programa se presenta al final del capítulo.

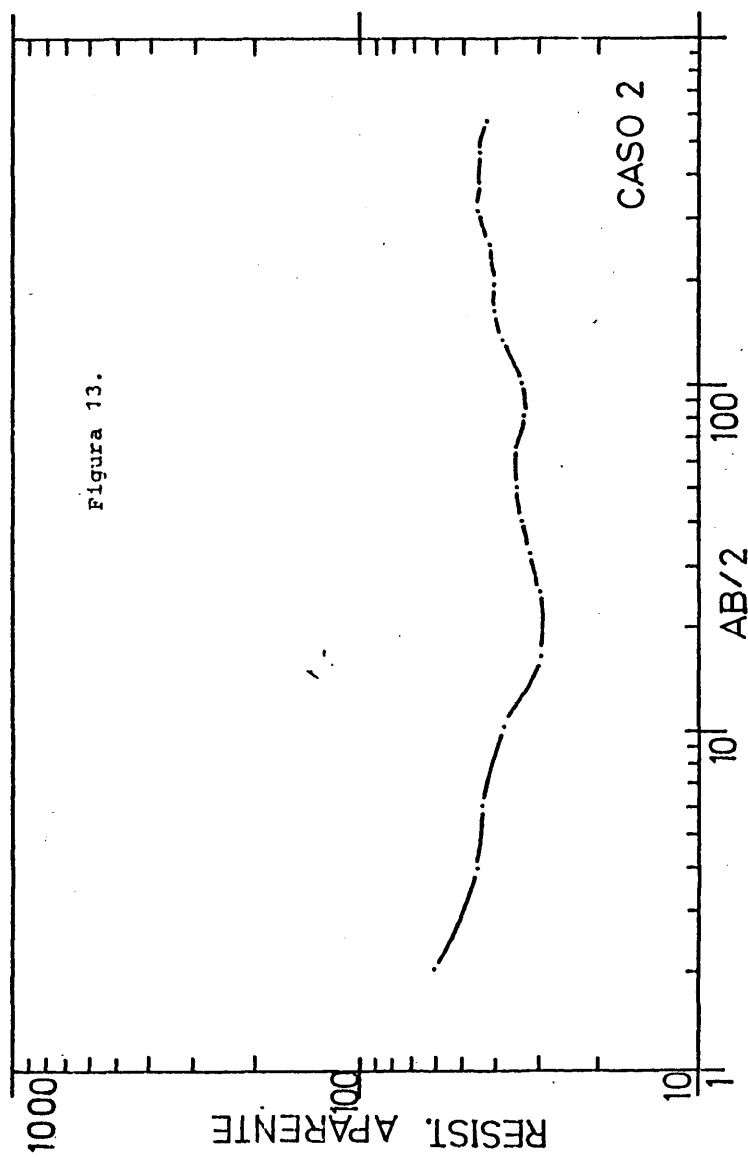


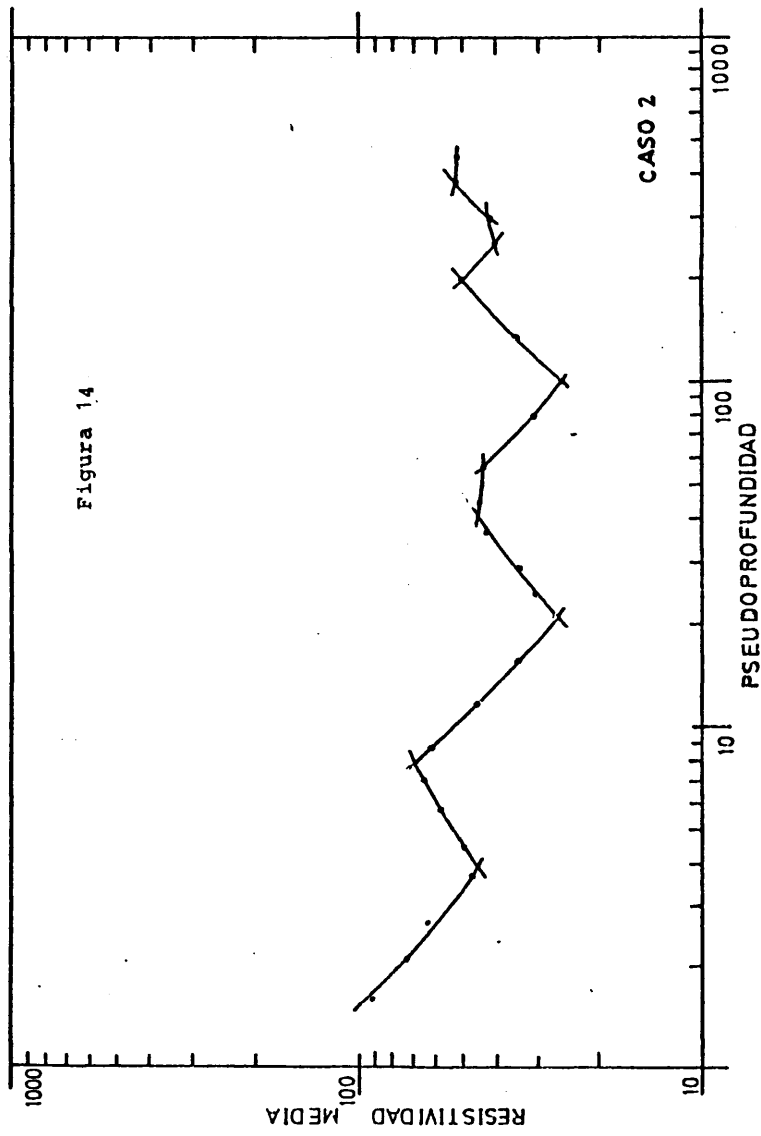


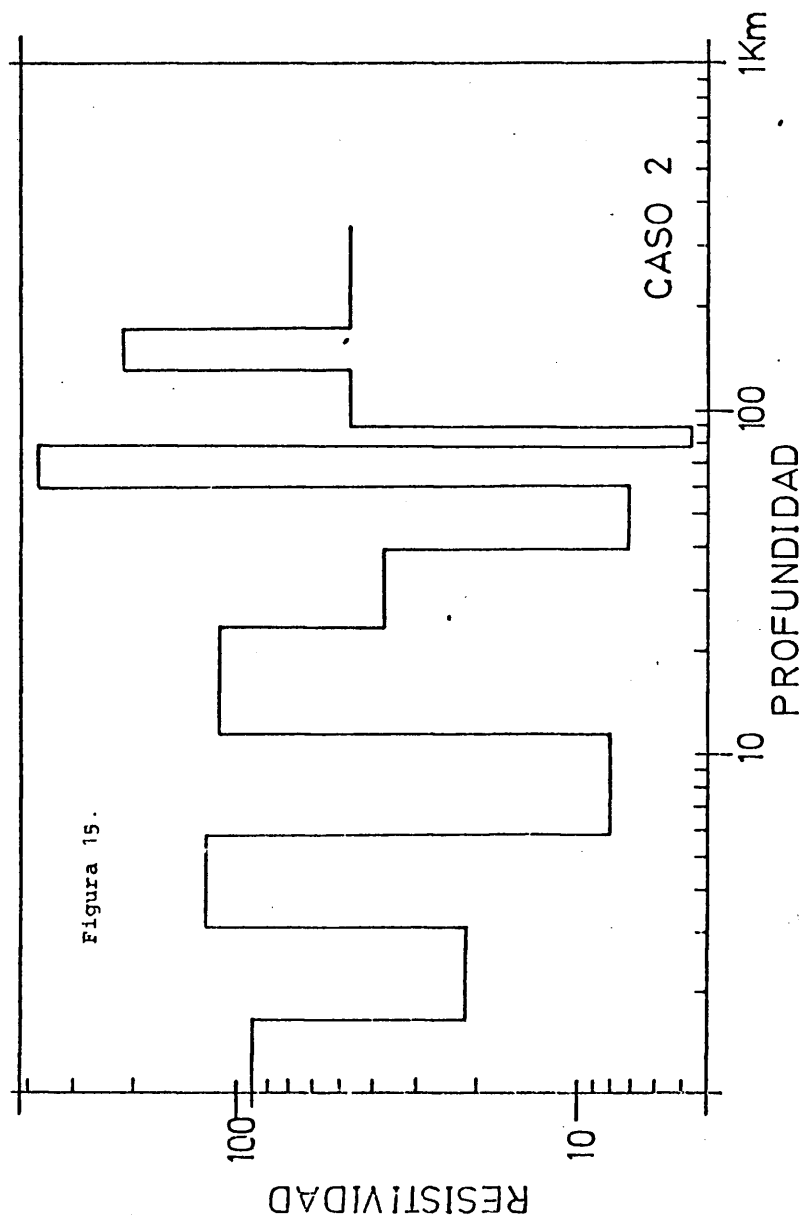


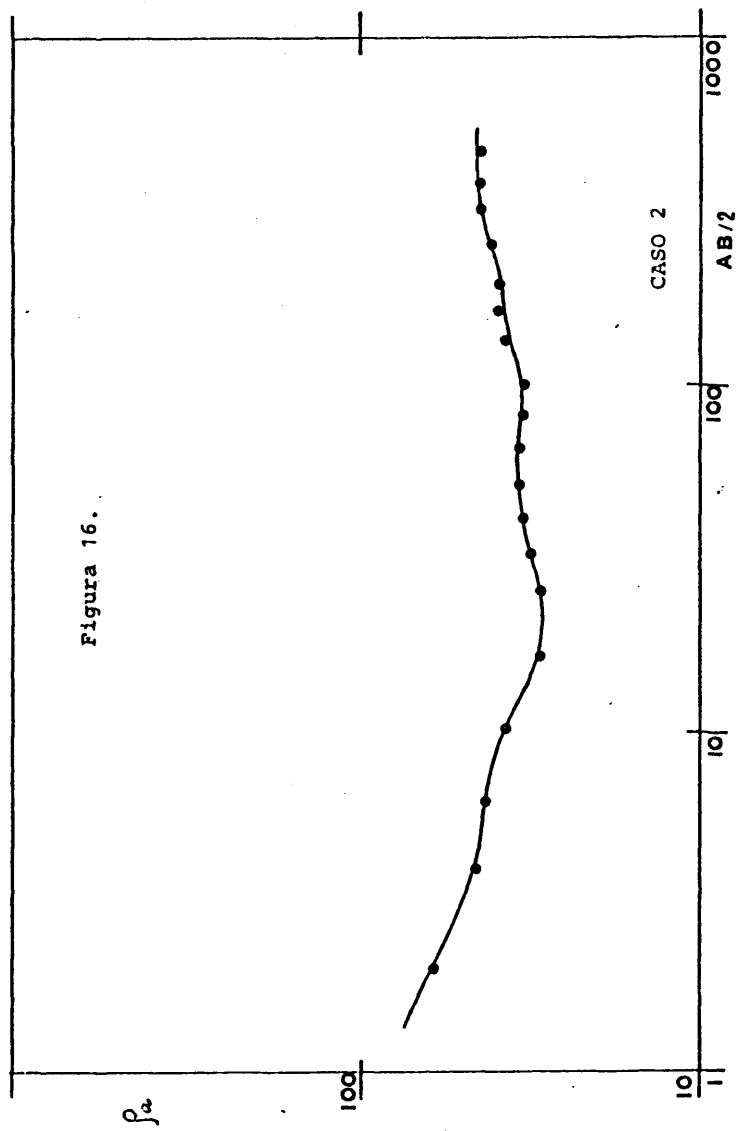














Programa de ZOHDY modificado para la interpretación de SEV.

Los datos de entrada son:

- 1.- Dimensiones del marco dentro del cual se van a dibujar las CDZ de las soluciones brutas. DIMY está limitado al ancho del papel. DIMX no está limitado.
- 2.- Coeficientes del filtro dado por JOHANSEN (1975). XK.
- 3.- Nombre del sondeo para permitir su identificación. TITLE.
- 4.- RADMIN- Primera abcisa de la curva de campo.  
RADMAX- Abcisa del último punto muestreado.  
NP- número de puntos muestreados, con un máximo de 50.  
MAXLYR- Número máximo de capas que se desean, si se realiza la reducción automáticamente.  
IFORCE- Opción que permite interpretar curvas ligeramente distorsionadas si es igual a 1.  
RHOMIN- Mínimo valor de la resistividad verdadera que se espera encontrar. Debe ser mayor o igual a 0.  
LSUA- Opción para realizar el suavizado automático. Lo realiza si es igual o mayor que 1.
- 5.- Ordenadas de los puntos muestreados en la curva de campo. Su número está limitado a 50 y debe coincidir con NP.

La secuencia 3, 4 y 5 se puede repetir, incluyendo los casos que se deseen.

En la salida que se presenta, correspondiente al caso teórico de 4 capas estudiado en el capítulo IV, se ha realizado la reducción de capas automáticamente.

\* UNIVAC 1100 TIME/SHARING EXEC - MULTI-PROCESSOR SYSTEM - J.E.V. \*

```

INTEGER DD,XDD
DIMENSION VD(2)
DIMENSION ALMF(50),DF(50)
DIMENSION PMF(50),HFF(50),PEF(50),DPF(50)
DIMENSION HF(50),PF(50),AL(50),P(50),H(50),TITLE(18),DP(50)
DIMENSION XK(140),SLOPE(50),SZ(50),E(10,50),PA(10,50),PPS(50),
1 VESX(10,50),VES(50),VESF(50),HEPR(50),XAMDA(200),VV(200),PS(50)
DIMENSION DZD(50),DZR(50),SS(50),TS(50)
DIMENSION SUPLSQ(50,50),SMLSFF(50)
DIMENSION NEPHIN(10),VESFF(50),HFINAL(50),DFINAL(50),PFINAL(50)
DOUBLE PRECISION VV,XRATIO,XAMDA,XK,VES
DOUBLE PRECISION TS,SS
DATA SM1,SM2/'SMOJ','THED'/
INPUT=5
READ (INPUT,402) DIMY,DIMX
VD(1)=0.
VD(2)=0.
CALL PARCO(DIMX,DIMY,54JCCG ,6HTAQ,N3)
CALL FLDT(C.,0.,-3)
REAL(INPUT,42) (X(I),I=1,139)
42 FORMAT(5(D14.7,1X))
130 DO 50 I=1,50
50 PS(I)=0.0
KLM=1
LSUA=0
RHOMIN=3.0
IFORCE=3
READ (INPUT,520,END=500) TITLE
530 FORMAT(18A4)
WRITE(6,545) TITLE
545 FORMAT(1H1,18A4)
READ(5,100) RADMIN,RADMAX,MP,MAXLYR,IFORCE,RHOMIN,LSJA
402 FORMAT(F5.2,F7.1,I4,I3,I2,F5.1,I2)
READ(5,403) (PS(I),I=1,MP)
403 FORMAT(10F8.2)
C COMPUTE ELECTRODE SPACINGS
505 AL(1)=RADMIN
KPA TIC=DEXP(DLOG(10.00)/10.00)
EPSLON=1.02*RADMAX
I=2
180 AL(I)=XRATIO*AL(I-1)
IF(ABS(RADMAX-AL(I)).LT.EPSLON) GO TO 200
190 I=I+1
30 TO 130
200 NPA(I)=I
V=NEPA(I)
LAYLRS=V
IF(KLM,ST,1) GO TO 301
DO 51 I=1,50

```

```

      IF (PS(I).EQ.0) GO TO 52
51 CONTINUE
      WRITE(6,1300)
52 IF (I-1.EQ.N) GO TO 53
      WRITE(6,55)
55 FORMAT(//,10X,'EL NUMERO DE PUNTOS DIGITIZADOS ES INCORRECTO')
      GO TO 110
53 CONTINUE
C   COMPUTE KERNEL FUNCTION SPACINGS
201 XMIN=(RADMIN/XRATIO**50.00)*1.7200
      XAMDA(1)=XMIN
      NRAD=140*NRADII
      DO 1100 I=2,NRAD
1180 XAMDA(I)=XRATIO*XAMDA(I-1)
      IF (FLN.EQ.1) GO TO 5002
      CALL KERNEL(LYR,XAMDA,4*FINAL,PFINAL,VV,NRAD)
      CALL CONVES (AL,VV,VES,NRAD,NRADII,XK)
      DO 5006 I=1,N
5006 PS(I)=VES(I)
      TITLE(17)=SM1
      TITLE(18)=SM2
C   COMPUTE SLOPES + FITTING TOLERANCE SZ ON OBSERVED VES
5002 SZ(1)=5.0
      DO 21 I=2,N
      SLOPE(I)=ALOG(PS(I)/PS(I-1))/ALOG(AL(I)/AL(I-1))
      IF (SLOPE(I).LE.1.4) GO TO 23
      WRITE(6,24)
24 FORMAT(10X,'WARNING.. SLOPE EXCEEDS +45 DEGREES',//)
      IF (SLOPE(I).LE.1.4) GO TO 23
      IF (IFORDE.EQ.1) GO TO 23
      WRITE(6,25)
25 FORMAT(10X,'LA PENDIENTE EXCEDE DE +1.4. CURVA DISTORSIONADA
      1POR EFECTOS LATERALES O ERROR AL DIGITIZAR',//)
      GO TO 110
23 SZ(I)=5.+SLOPE(I)**2
21 CONTINUE
C   COMPUTE LAYERING WITH 40Z FROM VES
      ITERATE=1
      XZ=1.0
      IK=0
      IKK=0
      YZ=0.20
      L=1
      DO 201 I=1,N
      PPS(I)=PS(I)
201 CONTINUE
      GO TO 202
40 CONTINUE
210 IK=IK+1
      XZ=XZ-3.1
      IF (IK.GT.9) GO TO 600

```

```

IF(ITER.EQ.1) GO TO 500
IF(ITER.GT.50) GO TO 500
DO 203 I=1,N
PS(I)=PPS(I)
203 CONTINUE
202 ID=L
J=1
5 IF(J.GT.10) GO TO 20
THIS MEANS ITERATION STOPS AFTER A MAXIMUM OF 10 ITERATIONS
P(1)=PS(1)
H(1)=AL(1)*XZ
DO 1 I=2,N
IF(PS(I).LT.PS(I-1)) GO TO 3
F=AL(I)*PS(I)-AL(I-1)*PS(I-1)
Q=AL(I)/PS(I)-AL(I-1)/PS(I-1)
IF(C.LE.D.D) GO TO 90
P(I)=SQRT(F/Q)
H(I)=F(I)*C*XZ
GO TO 93
C USE MDZ-L AND REGULA FALSI METHOD
C TO UNDERESTIMATE WE LET P(I)=RHOMIN
3 X=D.6
P(I)=RHOMIN
Q=AL(I)/PS(I)-AL(I-1)/PS(I-1)
A=((AL(I-1)+P(I)*Q)/AL(I))*2.D
B=AL(I-1)*PS(I-1)+(P(I)**2.)*Q
C=AL(I)/PS(I)
D=(AL(I-1)+P(I)*Q)**2.
32 AA=(A*(3*C/D)**X)-1
IF (AA) 5,4,4
4 X=X-YZ
IF(X.LT.D.D) GO TO 20
GO TO 33
5 CONTINUE
C TO OVERESTIMATE WE LET P(I)=PS(I)
P(I)=PS(I)
A=((AL(I-1)+P(I)*Q)/AL(I))*2.D
B=AL(I-1)*PS(I-1)+(P(I)**2.)*Q
C=AL(I)/PS(I)
D=(AL(I-1)+P(I)*Q)**2.
32 BB=(A*(3*C/D)**X)-1
Y=D
P(I)=(B3*Y-AA*P(I))/(B3-AA)
JD=L
6 CONTINUE
A=((AL(I-1)+P(I)*Q)/AL(I))*2.D
B=AL(I-1)*PS(I-1)+(P(I)*P(I))*Q
C=AL(I)/PS(I)
D=(AL(I-1)+P(I)*Q)
J=D*D
CC=(A*(3*C/D)**X)-1

```

```

      IF(CC.GT.-1.E-3) GO TO 7
      P(I)=(CC*PS(I)-BB*P(I))/(CC-BB)
      IF(ID.CT.15) GO TO 105
C     THE NUMBER 15 IN ABOVE STATEMENT DESIGNATES A MAXIMUM OF
C     15 REGULA FALSI ITERATIONS
      DD=ID+1
      GO TO 6
158 CONTINUE
      7 CONTINUE
      4(I)=(F(I))*Q*XZ
      GO TO 93
      USE MDZ-T
C     XX=0.9
C     TO OVERESTIMATE WE USE P(I)=50*PS(I)
      P(I)=50.*PS(I)
      XA=(AL(I-1)+F/P(I))*2.0
      XB=FS(I)*(AL(I-1)/PS(I-1)+F/P(I))*2.0)*AL(I)
      95 XC=(XA/XB)**XX
      XEB=((AL(I)**2/XA)*XC)-1.0
      IF(XBE) 91,91,92
      91 XX=XX-0.1
      IF(XX.LT.0.0) GO TO 20
      GO TO 92
      92 CONTINUE
C     TO UNDERESTIMATE WE USE P(I)=PS(I)
      XA=(AL(I-1)+F/PS(I))*2.0
      XB=FS(I)*(AL(I-1)/PS(I-1)+F/PS(I))*2.0)*AL(I)
      XC=(XA/XB)**XX
      XAA=((AL(I)**2/XA)*XC)-1.0
      P(I)=(XBB*PS(I)-XAA*P(I))/(XBB-XAA)
      XED=0
      96 CONTINUE
      XA=(AL(I-1)+F/P(I))*2.0
      XB=FS(I)*(AL(I-1)/PS(I-1)+F/P(I))*2.0)*AL(I)
      XC=(XA/XB)**XX
      XCC=((AL(I)**2/XA)*XC)-1.0
      IF(XCC.LT.0.001) GO TO 97
      P(I)=(XCC*PS(I)-XAA*P(I))/(XCC-XAA)
      IF(XDD.GT.100) GO TO 105
      XED=XED+1
      GO TO 95
156 CONTINUE
      97 CONTINUE
      4(I)=(F/P(I))*XZ
      98 CONTINUE
      1 CONTINUE
      4(N)=999999
      SUMH=0
      DO 6 I=1,N
      SUMH=SUMH+H(I)

```

```

DP(I)=SJMH
CONTINUE
ITERAT = ITERAT+1
CALL IERNEL(LAYERS,XAMDI,4,P,VV,NRAD)
CALL CONVES (AL,VV,VES,VFAD,NRADII,XK)
ADJUST 40Z AND ITERATE
VERR(J)=0
DO 10 I=1,N
VESX(J,I)=VES(I)
E(J,I)=((PPS(I)-VESX(J,I))/PPS(I))*100
Z=ALS(E(J,I))
IF(Z-SZ(I)) 10,10,41
41 VERR(J)=VERR(J)+1
10 CONTINUE
IF(VESX(J,1).LE.0.) GO TO 777
SUMLSQ(J,1)=(ALOG10(PPS(1))-ALOG10(VESX(J,1)))*2
DO 60 I=2,N
IF(VESX(J,I).LE.0.) GO TO 777
SUMLSQ(J,I)=(ALOG10(PPS(I))-ALOG10(VESX(J,I)))*2+SJMLSQ(J,I-1)
60 CONTINUE
GO TO 776
405 WRITE (5,404)
404 FORMAT(// 10X,'RESJKTAN ESPESORES O RESISTIVIDADES NEGATIVOS')
GO TO 130
777 WRITE (6,778)
778 FORMAT(/// 10X,'RESULTAN RESISTIVIDADES APARENTES NEGATIVAS ..EL
1PROBLEMA NO PUEDE SER RESUELTO POR CONVOLUCION')
GO TO 130
776 SJMLS=SUMLSQ(J,N)
61 FORMAT(10X,'SUMA DE CUADRADOS DE RESIDUOS=',F10.5)
IF(NEFRI(J)-1) 534,12,12
12 IF(J.EI.1) GO TO 17
DO 11 I=1,N
VESF(I)=VESX(J,I)
4FF(I)=4(I)
JFF(I)=J(I)
PFF(I)=P(I)
IF(4FF(I).LE.0. .OR. PFF(I).LT.0.) GO TO 405
PA(J,I)=PPS(I)*2/VESX(J,I)
PS(I)=P1(J,I)
11 CONTINUE
VERFF=VERR(J)
SJLCOF=SJMLS
J=J+1
GO TO 9
17 4K=1
604 IF(SUMLSQ(J,N).LE.SJMLSQ(J-4K,N)) GO TO 625
GO TO 15
605 4K=4K+1
IF(4K.E2.J) GO TO 16
GO TO 624
16 DO 19 I=1,N

```

```

VESF(I)=VESX(J,I)
HFF(I)=H(I)
DPF(I)=DP(I)
PFF(I)=P(I)
IF(HFF(I) .LE. 0. .OR. PFF(I) .LT. 0.) GO TO 405
19 CONTINUE
VERFF=NERRF(J)
SMLSQF=SUMLSQ(J,N)
GO TO 25
15 ID=ID+1
IF(ID.GT.5) GO TO 20
26 DO 16 I=1,N
PA(J,I)=(PPS(I)*PA(J-1,I))/VESX(J,I)
PS(I)=PA(J,I)
16 CONTINUE
J=J+1
GO TO 9
20 VERFF(I)=NERRF
SMLSQF(I)=SMLSQF
IF(L.CT,1) GO TO 301
MERF=MERMIN(L)
SLSC=SM_SFF(L)
DO 81 I=1,N
VESFF(I)=VESF(I)
HFINAL(I)=HFF(I)
DFINAL(I)=DPF(I)
PFINAL(I)=PFF(I)
IF(HFINAL(I) .LE. 0. .OR. PFINAL(I) .LT. 0.) GO TO 405
81 CONTINUE
L=L+1
GO TO 40
801 LL=1
802 IF(SMLSFF(L).LE.SMLSFF(L-LL)) GO TO 803
L=L+1
IKK=IKK+1
GO TO 40
803 LL=LL+1
IF(LL.EQ.L) GO TO 181
GO TO 802
181 DO 804 I=1,N
VESFF(I)=VESF(I)
HFINAL(I)=HFF(I)
DFINAL(I)=DPF(I)
PFINAL(I)=PFF(I)
IF(HFINAL(I) .LE. 0. .OR. PFINAL(I) .LT. 0.) GO TO 405
804 CONTINUE
MERF=MERMIN(L)
SLSC=SM_SFF(L)

```

```

L=L+1
GO TO 43
534 DO (O3 I=1,N
VESIF(I)=VESY(J,I)
HFINAL(I)=H(I)
DFINAL(I)=DP(I)
PFINAL(I)=P(I)
IF(HFINAL(I) .LE. O. .OR. PFINAL(I) .LT. J.) GO TO 405
603 CONTINUE
WRITE(6,541)
541 FORMAT(/// 10X,'BUENAS NOTICIAS.... SE HIZO',///)
MERF=O
SLSQ=SM.S
604 WRITE(6,542) MERF
542 FORMAT('NUMERO DE PUNTOS EXCEDIENDO LA TOLERANCIA=',I4,/)
WRITE(6,666) ITERAT
666 FORMAT('NUMERO TOTAL DE ITERACIONES=',I4,/)
WRITE(6,667) SLSQ
667 FORMAT('MINIMA SUMA DE LOS CUADRADOS DE RESIDUOS=',F10.5/)
IF(MEFF.EQ.O) GO TO 5053
IF(MLP.ST.1) GO TO 5053
WRITE(6,5004)
5004 FORMAT(//,10X,'LA CURVA ESTA DISTORSIONADA, VER LA SOLUCION DE
CURVA SUAVIZADA PARA UNA MAS RAZONABLE(=) ESTRATIFICACION',//)
5051 WRITE(6,532)
WRITE(6,533) (HFINAL(I),DFINAL(I),PFINAL(I),I=1,N)
400 FORMAT(25X,'1/LAMBDA',15X,'FUNCION NUCLEO',//)
401 FORMAT(5X,2F30.16)
IF(MLP.ST.1) GO TO 333
WRITE(6,1303)
GO TO 334
333 WRITE(6,1301)
334 WRITE(6,1201) (AL(I),VESFF(I),PPS(I),I=1,N)
1201 FORMAT(/,19X,'AB/2',12X,'SEV CALC.',10X,'SEV SUAVIZADO',/)
1301 FORMAT(/,19X,'AB/2',12X,'SEV CALC.',10X,'SEV OBSERVADO',/)
532 FORMAT(13X,'ESPESORES',7X,'PROFUND',5X,'RESISTIVIDAD',/)
533 FORMAT(10X,3F12.4)
1201 FORMAT(5X,2F20.5)
1202 CALL IZ(HFINAL,PFINAL,N,DZP,DZD,TS,SS,V),TITLE)
IF(LSUA .LT. 1) GO TO 130
AD = 2.3
400 CALL IZSMTH(DZD,DZR,TS,SS,N,ALMF,PMF,NER,AD)
CALL LAYER(ALMF,PMF,HF,PF,K3R,DF,ITEST)
IF(ITEST.GT.O) GO TO 130
CALL FERNEL(NER,XAMDA,HF,PF,VV,VFAD)
CALL CONVES (AL,VV,VES,VFAD,NRADII,XK)

```



```

      IF(NBR._E.MAXLYR) GO TO 5000
      AD=AD*2.
      IF(AD.GT.2.) GO TO 5000
      GO TO 4100
5000 DO (8 I=1,N
      68 DZR(I)=DZR(I)/10.
      DO (6 I=1,NBR
      66 PMF(I)=PMF(I)/10.
4600 IF(IEIF.GT.0) GO TO 5001
      GO TO 100
5001 IF(KLM.GT.1) GO TO 100
      KLM=KLM+1
      WRITE(6,5003)
5003 FORMAT(/,10X,'SOLUCION A LA CURVA SUAVIZADA',/)
      RAD=IEF*ADMIN/10.
      LYP=LAYERS
      GO TO 5005
500 CALL PLOT(C.,C.,999)
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE KERNEL (NH,XAMDA,H,RHO,VV,N)
DIMENSION XAMDA(200),H(50),RHO(50),V(200),AMDA(200),VV(200)
DOUBLE PRECISION VV,XAMDA
DO 11 J=1,N
  V(J)=1.0
  K=NH-1
  AMDA(J)=-2.0/XAMDA(J)
DO 10 I=1,K
  K=K-I
  L=NH-I
  P=RHO(L)*V(J)
  AK=(RHO(L)-P)/(RHO(L)+P)
  PRO=(AMDA(J)*H(L)
  IF (PROD,LT,-50.) PROD=-50.
  Q=AK*EXP(PROD)
  A(Q)=ALS(Q)
  IF (ACC-3.10-16) 1,1,3
1  V(J)=1.0
  GO TO 13
2  V(J)=(1.0-Q)/(1.0+Q)
10 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 14 J=1,N
  VV(J)=V(J)*RHO(1)
14 CONTINUE
50 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CONVES (RADIUS,VV,VES,VRAD,NRADIO,XX)
DOUBLE PRECISION VV,VES,XX
DIMENSION VES(50),RADIUS(50),VV(200),XX(140)
AL=AB/2=SCHLUMBERGER ELECTRODE SPACING
M=1
11 VES(M)=.
DO 9 J=1,139
  VES(M)=VES(M)+VV(140+M-J)*XX(J)
9 CONTINUE
M=M+1
IF (M.GT. NRADIO) GO TO 12
GO TO 11
12 CONTINUE
500 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DZ(TH,RE,N,R,AL,TS,SS,VD,TITLE)
DIMENSION VD(2),TITLE(13)
DIMENSION ALR(50),ALAL(50)
DIMENSION AL(50),R(50),TH(50),RE(50),SS(50),TS(50)
DOUBLE PRECISION TS,SS
SUMS=(.)
SUMT=0.
DO 100 I=1,N
SUMS=SUMS+TH(I)/RE(I)
SS(I)=DBLE(SUMS)
SUMT=SUMT+TH(I)*RE(I)
TS(I)=DBLE(SUMT)
R(I)=SQRT(SUMT/SUMS)
AL(I)=SQRT(SUMT*SUMS)
ALR(I)=32.5*ALOG10(R(I))
ALAL(I)=62.5*ALOG10(AL(I))
100 CONTINUE
WRITE(6,96)
96 FORMAT(16X,'PROF. DZ',10X,'RESISTIVIDAD DZ',6X,'SUM T',20X,
1'SUM S',10X,'LOG AZ',10X,'LOG RDM',/)
WRITE(6,97) (AL(I),R(I),TS(I),SS(I),ALAL(I),ALR(I),I=1,N)
97 FORMAT(5X,6F20.5)
IF(VD(2).GT.60.) GO TO 2
GO TO 3
2 VD(1)=VD(1)+25.
VD(2)=0.
3 XPACE=VD(1)+5.
YPAGE=YPAGE+22.
CALL SYMBOL(XPACE,YPAGE,C.7,TITLE,D.,16)
DO 4 I=1,N
ALAL(I)=ALAL(I)/10.+VD(1)
4 ALR(I)=ALR(I)/10.+VD(2)
CALL AXIS(VD(1),VD(2),'RO MEDIA',8,23.,90.,0.,1.)
CALL AXIS(VD(1),VD(2),'PSEUDOPROFUNDIDAD',-17,23.,0.,0.,1.)
ALR(N)=0.
ALR(N+1)=1.
ALAL(N)=0.
ALAL(N+1)=1.
CALL LINE(ALAL,ALR,N-1,1,-1,3)
VD(1)=VD(1)+25.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE LAYER(LZF,PMF,H,P,LS,D,ITEST)
REAL LZF(100)
DIMENSION PMF(50),H(50),P(50),P(50)
DIMENSION T(50),S(50),TS(50),SS(50)
DOUBLE PRECISION TS,SS
DOUBLE PRECISION T,S
ITEST=0
P(1)=PMF(1)
H(1)=LZF(1)
TS(1)=DBLE(P(1))*DBLE(H(1))
SS(1)=DBLE(H(1))/DBLE(P(1))
DO 1 I=2,LS
TS(I)=DBLE(LZF(I))*DBLE(PMF(I))
SS(I)=DBLE(LZF(I))/DBLE(PMF(I))
T(I)=TS(I)-TS(I-1)
S(I)=SS(I)-SS(I-1)
RATIO=T(I)/S(I)
IF(RATIO.LE.D.) GO TO 2
P(I)=SNGL(DESCRT(T(I)/S(I)))
H(I)=SNGL(S(I)*DBLE(P(I)))
D(I)=H(I)
D(I)=D(I-1)+H(I)
1 CONTINUE
WRITE(6,10)
10 FORMAT(// 20X,'ESPESOR REDUCIDO',20X,'>PROF. REDUCIDA',
20X,'RESISTIVIDAD REDUCIDA' )
WRITE(6,20) (H(I),D(I),P(I),I=1,LS)
20 FORMAT (20X,3F25.5)
GO TO 3
3 ITES=ITES+1
3 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DZSMTH(ALM,P1,TS,SS,N,ALMFF,PMFF,NBR,AD)
DIMENSION SLP(50),ALM(50),PM(50),TS(50),SS(50),P4A(50)
DIMENSION FT(50),SUMLOS(50),CIVLAT(50),ALMF(50),PMF(50)
DIMENSION SUMTS(50),SUMSS(50),SUMS2(50),SMTSSS(50),A2(50),A1(50)
DIMENSION P(50),SSA(50),TSA(50),ALMPS(50),ALMSPE(50)
DIMENSION PMAPPS(50),PMASPE(50)
DIMENSION AIF(50),AIF(50),PF(50)
DIMENSION ALMFF(50),PMFF(50)
EQUIVALENCE(MPA1,NAP1)
DOUBLE PRECISION TS,SS,TS1,SS1,SUMTS,SUMSS,SUMS2,SMTSSS
C COMPUTE FITTING TOLERANCE FOR FIRST DZ BRANCH
EPSLON=.1,E2
A2=1.5*(0.2)
101 DO 100 I=1,N

```

```

130 FT(I)=A?
    NBR=1
    NTAP=1
    SUMLOG(1)=ALOG(PM(1))
    PMA(1)=PM(1)
    NAPI=2
    I=2
1 SUMLOC(NAPI)=ALOG(PM(I))+SUMLOG(NAPI-1)
    ASUM = SUMLOC(NAPI)/NAPI
    PMA(NAPI)=EXP(ASUM)
    I=1
4 DIVIAT(I)=PM(I)/PMA(NAPI)
    IF(DIVIAT(I).GT.FT(I)) GO TO 3
    IF(DIVIAT(I).LT.1/FT(I)) GO TO 3
    IF(I.EQ.NAPI) GO TO 2
    I=I+1
    GO TO 4
2 NTAP=NTAP+1
    IF(NTAP.EQ.N) GO TO 6
    I = I+1
    NAPI=NAPI+1
    GO TO 1
5 PMFF(1)=PMA(NTAP)
    ALMFF(1)=99999999.
    WRITE(6,2LC)
201 FORMAT(10X,'PROBLEMA RESULTO A UN MEDIO SEMI-INFINITO DE
1 DE RESISTIVIDAD')
    WRITE(6,201) PMF(1)
201 FORMAT(10X,1F10.5)
    GO TO 600
3 PMFF(1)=PMA(NTAP)
    PF(1)=PMA(NTAP)
    ALF(NBR)=0.0
    ALF(NBR)=PMFF(1)**2
    NBR=N-NTAP
22 IF(NBR.EQ.1) GO TO 3
    GO TO 7
8 NBR=NBR+1
    PF(NBR)=SNGL(DSCLRT((TS(N)-TS(N-1))/(SS(N)-SS(N-1))))
    RATIO=PF(NBR)/PF(NBR-1)
    IF(RATIO.GE.1.1) GO TO 340
    IF(RATIO.LE.0.9) GO TO 340
    NBR=NBR-1
    PMFF(NBR)=PF(NBR)
    ALMFF(NBR)=99999999.
    GO TO 520
340 ALF(NBR)=PF(NBR)**2
    ALF(NBR)=SNGL(TS(N)-((DBLE(PF(NBR)**2))*SS(N)))
    AT INTERSECTION OF NBR + NBR-1 BRANCHES
    SSA(NBR-1)=(ALF(NBR)-ALF(NBR-1))/(ALF(NBR-1)-ALF(NBR))

```

```

TSA(NBR-1)=ALF(NBR-1)+ALF(NBR-1)*SSA(NBR-1)
PFF(NBR-1)=SQRT(TSA(NBR-1)/SSA(NBR-1))
ALPFF(NBR-1)=SQRT(TSA(NBR-1)*SSA(NBR-1))
ALPFF(NBR)=99999999.
PFF(NBR)=PFF(NBR)
GO TO 530
7 I=NTAP
NAP1=1
SUMTS(NAP1)=TS(I)
SUMSS(NAP1)=SS(I)
SUMS2(NAP1)=SS(I)*2
SMTSSS(NAP1)=TS(I)*SS(I)
GO TO 21
40 IF (IAI1.GT.2) GO TO 17
TS(NTAP)=DELE(ALM(NTAP))*DELE(PMA(NTAP))
SS(NTAP)=DELE(ALM(NTAP))/DELE(PMA(NTAP))
GO TO 7
21 NAP1=NAP1+1
NAP=NAP1+NTAP
I=I+1
SUMTS(NAP1)=TS(I)+SUMTS(NAP1-1)
SUMSS(NAP1)=SS(I)+SUMSS(NAP1-1)
SUMS2(NAP1)=SS(I)*2+SUMS2(NAP1-1)
SMTSSS(NAP1)=(TS(I)*SS(I))+SMTSSS(NAP1-1)
AA=SNCL(      NAP1 *SMTSSS(NAP1)-SMTSS(NAP1)*SUMSS(NAP1))
BB=SNCL(      NAP1 *SUMS2(NAP1)-SUMSS(NAP1)*2)
IF (EB.LE.0.) GO TO 19
A1(IAI1)=AA/EB
A1(IAI1)=SNCL((SUMTS(NAP1)-DBLE(A1(NAP1))*SUMSS(NAP1))/NAP1)
IF (A1(NAP1).LE.0.) GO TO 19
P(NAP1)=SQRT(A1(NAP1))
AT INTERSECTION
C 22 SSA(NBR)=(A2(NAP1)-ADF(NBR))/(ALF(NBR)-A1(NAP1))
TSA(NBR)=AFF(NBR)+ALF(NBR)*SSA(NBR)
TSA(S)/TSA(NBR)*SSA(NBR)
IF (TS/SSA.LE.0.) GO TO 17
ALPFF(NBR)=SQRT(TSA(NBR)*SSA(NBR))
PFF(NBR)=SQRT(TSA(NBR)/SSA(NBR))
IF (LIF(NBR).GT.ALPH(I)) GO TO 40
GO TO 233
15 IF (IAI1.GT.2) GO TO 17
ALP(IAI1)=ALM(I-1)
PFF(NAP1)=PMA(I-1)
IF (PM(I).GT.PM(I-1)) GO TO 20
P(NAP1)=PFF(NAP1)/50.
GO TO 233
21 P(NAP1)=PFF(NAP1)*50.
22 CONTINUE
31 IF (IAI1.GT.2) GO TO 32
GO TO 21
32 IF (ALIF(NAP1)/ALM(NTAP).LE.1.) GO TO 33
IF (ALIF(NAP1).GE.ALPH(NTAP+1)) GO TO 17

```

```

38 I=NTAP+1
   NAF=NAP1+NTAP-1
   GO TO 14
39 IF(I-TAP.EQ.1) GO TO 38
   IF(1/LIF(NAF).LT.ALH(NTAP-1)) GO TO 17
   IF(1/LI(NTAP)/ALMF(NAP1).LT.EPSLON) GO TO 34
   GO TO 33
34 I=NTAP
   NAF=NAP1+NTAP-1
C   COMPUTE SLOPES OF DZ + FITTING TOLERANCES
14 ALMSP(I)=ALM(I)*EPSLON
   ALMSP(I)=ALM(I)/EPSLON
   Z1=-ALMF(NAP1)*(P(NAP1)**2-PMF(NAP1)**2)
   Z2=(-Z1)**2
   ZEPS=4.*((ALMSP(I)*PMF(NAF)+P(NAF1))**2)
   PMALPS(I)=(Z1+SQRT(Z2+ZEPS))/(2.*ALMSP(I)*PMF(NAP1))
   ZSPE=4.*((ALMSP(I)*PMF(NAF1)+P(NAF1))**2)
   PMASPE(I)=(Z1+SQRT(Z2+ZSPE))/(2.*ALMSP(I)*PMF(NAP1))
   Z=4.*((SLP(I)+PMF(NAP1)*P(NAF1))**2)
   PMA(I)=(Z1+SQRT(Z2+Z))/(2.*ALM(I)*PMF(NAP1))
   SLP(I)=ALOC10(PMALPS(I)/PMASPE(I))/ALOC10(ALMSP(I)/ALMSPE(I))
   B1=1.5707963*SLP(I)
   B2=COB(B1)
   B3=((C.+SLP(I))*B2)/10.
   FT(I)=B2**B3
   DIVIAT(I)=B3(I)/PMA(I)
   IF(LI(IAT(I)).GT.FT(I)) GO TO 15
   IF(LI(IAT(I)).LT.1/FT(I)) GO TO 15
   IF(1/LI(NAF) GO TO 11
   I=I+1
   GO TO 14
15 IF(NAF.EQ.1) GO TO 16
   GO TO 11
17 IF(NAF.EQ.(NAP1+NTAP-1)) GO TO 10
   NAF=NAP1+NTAP-2
   GO TO 17
11 NAF=NAP-1
10 NPA1=NAP1-1
   NTAP=NAF
16 ALMF(NP2)=ALMF(NPA1)
   PMF(122)=PMF(NAP1)
12 NIE=NI2+1

```

```

PF(1BF)=P(NAP1)
ALF(NBR)=AL(NAP1)
ALF(NBF)=A1(NAP1)
NBR=N-NAP
GO TO 22
10 NBR=NBR+1
PF(NBF)=P(NAP1)
PMFF(NBR-1)=PMF(NAP1)
ALMFF(NBR-1)=ALMF(NAP1)
ALMFF(NBR)=99999999.
PMFF(NBR)=PF(NBR)
20 WRITE(2,501)
501 FORMAT(// 10X,'PROF. DZ REDUCIDA',5X,'RESISTIVIDAD REDUCIDA')
WRITE(6,502) (ALMFF(I),PMFF(I),I=1,NBR)
502 FORMAT(10X,DF20.5)
20 RETURN
END

```



CASO PRUEBA

BUENAS NOTICIAS.... SE HIZO

NUMERO DE PUNTOS EXCELENDO LA TOLERANCIA= 0

NUMERO TOTAL DE ITERACIONES= 20

MINIMA SUMA DE LOS CUADRADOS DE RESIDUOS= .00154

ESPLSORES	PROFND	RESISTIVIDAD
.9300	.9300	1.0004
.1056	1.1056	1.7551
.1376	1.2433	4.9531
.1312	1.3765	8.0702
.1762	1.5555	9.5851
.2112	1.8566	8.0707
.5527	2.4193	6.1155
.5714	2.9946	9.3905
1.1017	3.9976	6.5527
1.0007	5.3303	5.9405
1.0092	7.1396	5.5019
2.0772	9.4568	3.3393
2.0345	11.9156	1.7425
2.3202	14.2335	.8242
1.9305	16.1723	.3300
2.7106	19.6919	.4215
7.2142	27.5961	1.6749
1.3077	20.4238	22.2394
3.9261	31.9499	30.0557
3.7441	35.6941	43.2559
9.7218	45.4249	19.0809
20.5951	66.0199	10.7562
28.1057	94.0756	9.5589
35.0715	129.9462	9.5934
45.7372	175.6333	9.4592
57.2181	232.2314	10.2325
73.9313	316.4327	9.1010
91.7920	298.2247	10.1972
99999.0001	100000.2187	9.9439

AL/2	SEV CA.C.	SEV OBSERVADO
1.0000	1.13937	1.14000
1.25093	1.24292	1.24000
1.58069	1.33950	1.40000
1.99025	1.61831	1.62000
2.51109	1.89818	1.90000
3.10223	2.22933	2.23000
3.98107	2.59619	2.59000
5.01187	2.97853	2.98000
6.30057	3.34893	3.35000
7.94323	3.65850	3.67000
10.00000	3.83798	3.90000
12.50000	3.95357	3.96000
15.64893	3.92321	3.81000
19.59069	3.49109	3.46000
24.31005	3.01478	2.97000
30.02177	2.51992	2.49000
36.81071	2.15191	2.18000
44.61872	2.05458	2.12000
53.49573	2.21547	2.32000
63.43082	2.53215	2.71000
75.59599	3.07736	3.19000
89.09253	3.65291	3.75000
104.48930	4.23554	4.26000
121.52021	4.95753	5.01000
140.18001	5.64808	5.68000
160.32773	6.33210	6.36000
181.90712	6.93405	7.00000
205.18716	7.53107	7.61000
230.95725	8.13650	8.15000





PROF. DE REDUCIDA RESISTIVIDAD REDUCIDA

1.0561  
1.05612  
4.7195  
3.2575  
1.53193  
4.41514  
9.94389  
999999.0000

ESFESOR REDUCIDO

1.0361  
0.67843  
4.3338  
16.6379  
17.5270  
9999941.0000

PROF. REDUCIDA

1.0361  
7.71503  
12.10042  
23.70621  
45.22891  
99999807.0000

RESISTIVIDAD REDUCIDA

1.05612  
6.52843  
1.54283  
7.9203  
25.80035  
9.94389

## CAPITULO V

## HACIA UN METODO IDEAL DE INTERPRETACION

En este capítulo exponemos algunas vías de ataque al problema de relacionar, analítica y/o numéricamente, la curva de DZ con la de resistividades aparentes o función característica.

V.I ALGUNOS INTENTOS REALIZADOS PARA RELACIONAR ANALITICAMENTE LA CURVA DE DAR ZARROUK CON LA FUNCION DE RESISTIVIDADES APARENTES.

Este método que acabamos de describir es, sin duda, mejorable, ya que hay una cuestión a la que no se ha respondido: ¿Entre qué márgenes puede variar la CDZ para que el corte así definido siga siendo solución de la curva de campo? Esta pregunta no es fácil de contestar ya que, como se vió en el capítulo III, no existe una relación sencilla entre estas funciones y sus márgenes de error. Es más, si existe esta relación, no es conocida.

Podría pensarse que una manera de abordar el problema sería, como hizo MAILLET (1947), plantear la obtención del potencial en superficie en función de los parámetros de Dar Zarrouk, a partir de lo que llamó primera forma de la ecuación de la prospección.

Su razonamiento fué, en breves términos, el siguiente:

Considerando una estratificación horizontal de capas homogéneas, de resistividad  $\rho$  y anisotropía  $A$  y un electrodo de corriente sobre el terreno, en el que se considera centrado el sistema de referencia, la ecuación de continuidad de corriente, salvo en el electrodo, se puede escribir

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{A} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{d(\ln A \rho)}{dz} = 0$$

donde aparece explícitamente la micro-anisotropía. A esta expresión la llamé "primera forma de la ecuación de la prospección".

Para eliminar la micro-anisotropía puede utilizarse la profundidad aparente,  $u$ , siendo

$$du = A(z) \cdot dz$$

y la ecuación anterior se transforma en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} - \frac{\partial U}{\partial u} \frac{d \ln \rho}{du} = 0$$

Si, en vez de  $u$ , se utiliza como variable independiente la resistencia transversal unitaria,  $T$ , esta ecuación se convierte en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{S'} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = 0$$

donde  $S' = dS/dT$

ecuación de la que se deduce que el potencial en superficie queda determinado unívocamente una vez conocidas las funciones de Dar Zarrouk del medio considerado.

Esta expresión, sin embargo, no se puede integrar en función de  $T$  y  $S$ , por lo que creemos que la sustitución de  $p(z)$  por  $S(T)$  es meramente formal. Hay que integrar por capas, ya que  $S'$  es discontinua, y, al aplicar condiciones de contorno, vuelve a aparecer la función característica, dependiendo explícitamente de los espesores y resistividades de las capas, como vemos a continuación.

Separando variables

$$U(r, T) = R(r) \cdot W(T)$$

sustituyendo y razonando como en capítulo I se llega a

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = -\lambda^2$$

$$\frac{1}{W \cdot S'} \frac{d^2 W}{dT^2} = \lambda^2$$

de donde  $R(r) = J_0(\lambda r)$

y, al ser  $S' = dS/dT = 1/\rho^2$

hay que integrar por capas, ya que  $S'$  es discontinua. Para cada capa  $S'$  es constante, ya que  $\rho$  lo es.

En la primera capa  $S' = 1/\rho_1^2$  y, sustituyendo

$$\frac{1}{W} \frac{dW}{dT} = \frac{\lambda^2}{\rho_1^2}$$

de donde  $W_1(T) = e^{\pm \lambda T/\rho_1}$

En la segunda capa, análogamente,

$$W_2(T) = e^{\pm \lambda T/\rho_2}$$



De donde

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ A(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_1} + B(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_1} + e^{-\lambda T/\rho_1} \right] d\lambda$$

Incluyendo la solución particular de la ecuación de Poisson y

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_2} \right] d\lambda$$

$$U_i = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[ F_i(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_i} + G_i(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_i} \right] d\lambda$$

Al aplicar condiciones de contorno hay que tener en cuenta que

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dz} = \rho_i \cdot \frac{\partial}{\partial T}$$

Consideremos en primer lugar una estratificación de dos capas y apliquemos condiciones de contorno.

1.-  $U_2$  debe anularse en el infinito, por lo que

$$D(\lambda) = 0$$

2.- En la superficie  $T=0$ , ( $z=0$ ), el campo no puede tener componente normal, al ser el semiespacio superior aislante.

$$\left. \frac{\partial U_e}{\partial z} \right|_{z=0} = \rho_1 \left. \frac{\partial U_{1e}}{\partial T} \right|_{T=0} = 0$$

de donde

$$A(\lambda) = B(\lambda)$$

$$U_1(r, T) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left[ e^{-\lambda T/\rho_1} + A(\lambda) e^{-\lambda T/\rho_1} + e^{\lambda T/\rho_1} \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$U_2(r, T) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_2} J_0(\lambda r) d\lambda$$

3.- Continuidad del potencial en  $T=T_1$ , ( $z=E_1$ ).

$$e^{-\lambda T_1/\rho_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda T_1/\rho_1} + e^{\lambda T_1/\rho_1}) = C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_1/\rho_2}$$

4.- Continuidad de la componente normal de la densidad de corriente en la superficie  $T = T_1$ .

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \rho_1 \frac{\partial U}{\partial T} \Big|_{T=T_1} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \rho_2 \frac{\partial U}{\partial T} \Big|_{T=T_1}$$

$$-\frac{\lambda}{\rho_1} e^{-\lambda T_1/\rho_1} + A(\lambda) \frac{\lambda}{\rho_1} \left[ e^{\lambda T_1/\rho_1} - e^{-\lambda T_1/\rho_1} \right] = -\frac{\lambda}{\rho_2} C(\lambda) e^{-\lambda T_1/\rho_2}$$

Eliminando  $C(\lambda)$  y teniendo en cuenta que  $T_1/\rho_1 = E_1$

$$e^{-\lambda E_1} + A(\lambda) \left[ e^{-\lambda E_1} - e^{\lambda E_1} \right] = e^{-\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda E_1} + e^{\lambda E_1})$$

de donde

$$A(\lambda) = \frac{(\rho_2 - \rho_1) e^{-\lambda E_1}}{(\rho_2 + \rho_1) e^{\lambda E_1} - (\rho_2 - \rho_1) e^{-\lambda E_1}}$$

que coincide con la expresión (42) encontrada en el capítulo I.

Si consideramos un corte de tres capas:

$$U_1(r, T) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \left[ e^{-\lambda T/\rho_1} + A(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_1} + B(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_1} \right] d\lambda$$

$$U_2(r, T) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \left[ C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_2} \right] d\lambda$$

$$U_3(r, T) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \left[ F(\lambda) \cdot e^{-\lambda T/\rho_3} + G(\lambda) \cdot e^{\lambda T/\rho_3} \right] d\lambda$$

Aplicando condiciones de contorno:

1.- Al anularse el potencial en el infinito  $G(\lambda) = 0$

2.- Al anularse la componente normal del campo para  $T = 0$

$$A(\lambda) = B(\lambda)$$

3.- Continuidad del potencial en  $T = T_1$

$$e^{-\lambda T_1/\rho_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda T_1/\rho_1} + e^{\lambda T_1/\rho_1}) = C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_1/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2}$$

4.- Continuidad del potencial en  $T = T_2$

$$C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_2/\rho_2} = F(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_3}$$

5.- Continuidad de la componente normal de la densidad de corriente en  $T = T_1$

$$\left. \frac{\partial U_1}{\partial T} \right|_{T=T_1} = \left. \frac{\partial U_2}{\partial T} \right|_{T=T_1}$$

$$-\frac{\lambda}{\rho_1} e^{-\lambda T_1/\rho_1} + A(\lambda) \cdot \frac{\lambda}{\rho_1} \left[ e^{\lambda T_1/\rho_1} - e^{-\lambda T_1/\rho_1} \right] = -\frac{\lambda}{\rho_2} \left[ C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_1/\rho_2} - D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2} \right]$$

6.- Continuidad de la componente normal de la densidad de corriente en  $T = T_2$

$$-\frac{\lambda}{\rho_2} C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_2} + \frac{\lambda}{\rho_2} D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_2/\rho_2} = -\frac{\lambda}{\rho_3} F(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_3}$$

Tenemos así un sistema formado por cuatro ecuaciones para determinar cuatro incógnitas:  $A(\lambda)$ ,  $C(\lambda)$ ,  $D(\lambda)$ ,  $F(\lambda)$ .

Teniendo en cuenta que:

$$E_1 = T_1/\rho_1, \quad E_2 = (T_2 - T_1)/\rho_2$$

$$K_1 = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1), \quad K_2 = (\rho_3 - \rho_2)/(\rho_3 + \rho_2)$$

obtenemos

$$e^{-\lambda E_1} + A(\lambda) \left[ e^{-\lambda E_1} + e^{\lambda E_1} \right] = C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_1/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2}$$

$$C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_2/\rho_2} = F(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_3}$$

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_2} - \frac{\rho_3}{\rho_2} D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_2/\rho_2} = F(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_3}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} e^{-\lambda E_1} + A(\lambda) \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[ e^{\lambda E_1} - e^{-\lambda E_1} \right] = -C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_1/\rho_2} + D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2}$$

De la segunda y tercera ecuación:

$$C(\lambda) \cdot e^{-\lambda T_2/\rho_2} \left[ \frac{\rho_3}{\rho_2} - 1 \right] = D(\lambda) \cdot e^{\lambda T_2/\rho_2} \left[ \frac{\rho_3}{\rho_2} + 1 \right]$$

$$D(\lambda) = C(\lambda) \cdot e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2} = C(\lambda) \cdot e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \cdot K_2$$

Sustituyendo en la primera y cuarta:

$$e^{-\lambda E_1} + A(\lambda) (e^{-\lambda E_1} + e^{\lambda E_1}) = C(\lambda) (e^{-\lambda T_1/\rho_2} + e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2} \cdot K_2)$$

$$-\frac{\rho_2}{\rho_1} e^{-\lambda E_1} + A(\lambda) \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[ e^{\lambda E_1} - e^{-\lambda E_1} \right] = C(\lambda) (e^{\lambda T_1/\rho_2} \cdot e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \cdot K_2 - e^{-\lambda T_1/\rho_2})$$

Dividiendo

$$\frac{\rho_1 e^{-\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{\lambda E_1} + e^{-\lambda E_1})}{\rho_2 e^{-\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{\lambda E_1} - e^{-\lambda E_1})} = \frac{e^{-\lambda T_1/\rho_2} + e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \cdot e^{\lambda T_1/\rho_2} \cdot K_2}{e^{\lambda T_1/\rho_2} \cdot e^{-2\lambda T_2/\rho_2} \cdot K_2 - e^{-\lambda T_1/\rho_2}}$$

Multiplicando, arriba y abajo, el primer miembro por  $e^{-\lambda E_1}$  y el segundo por  $e^{\lambda T_1/\rho_2}$

$$\frac{\rho_1 e^{-\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda E_1} + e^{\lambda E_1})}{\rho_2 e^{-\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{\lambda E_1} - e^{-\lambda E_1})} = \frac{1 + e^{-2\lambda(T_2 - T_1)/\rho_2} \cdot K_2}{e^{-2\lambda(T_2 - T_1)/\rho_2} \cdot K_2 - 1}$$

$$\frac{e^{-2\lambda E_2} \cdot K_2 + 1}{e^{-2\lambda E_2} \cdot K_2 - 1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{e^{-2\lambda E_1} + A(\lambda)(e^{-2\lambda E_1} + 1)}{-e^{-2\lambda E_1} + A(\lambda)(1 - e^{-2\lambda E_1})}$$

Quitando denominadores y agrupando términos:

$$\begin{aligned} \frac{A(\lambda)}{\rho_2} \left[ K_2 \cdot e^{-2\lambda E_2} (\rho_1 - \rho_2) - e^{-2\lambda E_1} (\rho_1 - \rho_2) + K_2 e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} (\rho_2 + \rho_1) - (\rho_2 + \rho_1) \right] = \\ = \frac{1}{\rho_2} \left[ -K_2 \cdot e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} (\rho_2 + \rho_1) - e^{-2\lambda E_1} (\rho_2 - \rho_1) \right] \end{aligned}$$

De donde, dividiendo todo por  $(\rho_2 + \rho_1)$

$$A(\lambda) = \frac{-K_2 e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} - K_1 e^{-2\lambda E_1}}{-K_1 K_2 e^{-2\lambda E_2} + K_1 e^{-2\lambda E_1} + K_2 e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} - 1}$$

La función característica, después de hacer  $T=0$ , en la expresión del potencial, viene dada por

$$1 + 2A(\lambda) = \frac{1 + K_1 \cdot e^{-2\lambda E_1} + K_2 \cdot e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} + K_1 K_2 \cdot e^{-2\lambda E_2}}{1 - K_1 \cdot e^{-2\lambda E_1} - K_2 \cdot e^{-2\lambda(E_1 + E_2)} + K_1 K_2 \cdot e^{-2\lambda E_2}}$$

que es la misma expresión (56) del capítulo I.

Se podría intentar otro camino en la misma línea: determinar el potencial en superficie para un medio isótropo, pero no homogéneo, en el que la primera capa es de resistividad constante y en las demás depende de la profundidad,  $z$ , siguiendo la ley:

$$\rho(z) = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot C^2 \cdot \rho_0^2 \cdot z^2}}{2 \cdot C \cdot z} \quad \text{si } C > 0$$

$$\rho(z) = \frac{1 - \sqrt{1 + 4 \cdot C^2 \cdot \rho_0^2 \cdot z^2}}{2 \cdot C \cdot z} \quad \text{si } C < 0$$

existiendo distintas superficies de discontinuidad en las que varían  $C$  y  $\rho_0$ .

Con esta definición del medio lo que se ha hecho es considerar la función de Dar Zarrouk como si fuera la de resistividades verdaderas.

Este nuevo corte, por definición, tiene los mismos parámetros  $T$  y  $S$  que el original.

En estas condiciones, la ecuación de continuidad de la densidad de corriente, salvo en los electrodos y las superficies de discontinuidad, se puede escribir como

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial U}{\partial z} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = 0$$

ecuación que ha de integrarse por tramos, ya que  $\rho(z)$  es discontinua.

Para la primera capa, al ser  $\rho$  constante, se anula el último término de la ecuación anterior, que se convierte así en la de Laplace, ya integrada en el capítulo I.

La solución para el potencial en la primera capa, incluyen-

do la solución particular de la ecuación de Poisson, es

$$U_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ e^{-\lambda z} + A(\lambda) \cdot e^{-\lambda z} + B(\lambda) \cdot e^{\lambda z} \right] \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda$$

Para las siguientes capas, por el método de separación de variables, obtenemos

$$U(r, z) = R(r) \cdot W(z)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{R} \frac{dR}{dr} + \frac{1}{W} \frac{d^2 W}{dz^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dz} \frac{d \ln \rho}{dz} = 0$$

donde

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{R} \frac{dR}{dr} = -\lambda^2$$

$$\frac{1}{W} \frac{d^2 W}{dz^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dz} \frac{d \ln \rho}{dz} = +\lambda^2$$

y que la suma de ambos términos ha de ser nula.

Es fácil ver que la ecuación en R corresponde a una de Bessel, de solución

$$R(r) = J_0(\lambda r)$$

Las ecuaciones a integrar, después de sustituir las expresiones

$$\frac{d \ln \rho}{dz} = \frac{-1}{z \sqrt{1 + 4 \cdot C^2 \cdot z^2 \cdot \rho_0^2}} \quad C > 0$$

$$\frac{d \ln \rho}{dz} = \frac{1}{z \sqrt{1 + 4 \cdot C^2 \cdot z^2 \cdot \rho_0^2}} \quad C < 0$$

son

$$\frac{d^2 W}{dz^2} + \frac{dW}{dz} \frac{1}{z \sqrt{1 + B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 W = 0$$

$$\frac{d^2 W}{dz^2} - \frac{dW}{dz} \frac{1}{z \sqrt{1 + B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 W = 0$$

donde se ha considerado  $B = 2 \cdot C \cdot \rho_0$

Haciendo el cambio

$$W(z) = e^{\phi(z)}$$

se obtiene

$$\{\phi'(z)\}^2 + \phi''(z) + \phi'(z) \frac{1}{z \sqrt{1+B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 = 0$$

$$\{\phi'(z)\}^2 + \phi''(z) - \phi'(z) \frac{1}{z \sqrt{1+B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 = 0$$

y, haciendo  $\phi'(z) = Y(z)$

$$Y'(z) + Y^2(z) + Y(z) \frac{1}{z \sqrt{1+B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 = 0$$

$$Y'(z) + Y^2(z) - Y(z) \frac{1}{z \sqrt{1+B^2 \cdot z^2}} - \lambda^2 = 0$$

ecuaciones de Ricatti, de las que no hemos podido obtener una solución.

Estas soluciones vendrían dadas en función de las coordenadas de los puntos angulosos en la curva de Dar Zarrouk.



Los siguientes pasos serían, una vez encontrada una solución a las ecuaciones planteadas:

- 1.- Determinar el potencial en superficie,  $U_0$ .
- 2.- Relacionar este potencial con el creado en la superficie de un medio estratificado de capas homogéneas e isotropas.
- 3.- Relacionarlo con la función resistividad aparente obtenida para una estratificación de capas homogéneas e isotropas.

Una vez conocida esta relación sería mas fácil encontrar los márgenes de variación en la CDZ y, quizás, el método para pasar de ésta a la curva de campo y viceversa, facilitando así el proceso de la interpretación.

Es de destacar que la resolución de la ecuación planteada es de gran interés en otros problemas de distribuciones de corrientes, de temperaturas, etc., en medios no homogéneos, que obedecen a la misma ley.

## V.2 ENSAYOS NUMERICOS

Dado el desconocimiento actual de una relación analítica entre las funciones característica y de resistividades aparentes con la de Dar Zarrouk, se pensó en ensayar distintas relaciones numericamente. El primer paso consistió en comprobar si era lineal. Es decir, si

$$N(\lambda) = f(\rho_m(Az)) \quad y$$

$$N'(\lambda) = f(\rho'_m(Az))$$

comprobar si

$$N(\lambda) + N'(\lambda) = f\{\rho_m(Az) + \rho'_m(Az)\} ,$$

correspondiendo  $N(\lambda)$  y  $\rho_m(Az)$  a un corte y  $N'(\lambda)$  y  $\rho'_m(Az)$  a otro.

Analíticamente no se llegó a ningún resultado concreto, debido fundamentalmente a la dificultad de trabajar con la función característica, obtenida mediante un algoritmo, y se decidió comprobarlo numericamente.

Elegidos dos cortes al azar, se calculan las funciones  $N(\lambda)$  y  $\rho_m(Az)$  y se suman. De la suma de las funciones de Dar Zarrouk se deduce un corte, tomando los puntos obtenidos como angulosos de una nueva CDZ y, de este corte, se calcula la función característica que le corresponde.

Esta función característica se compara con la suma calculada anteriormente. Las diferencias se dan en tantos por ciento.

Para ello se utilizó el programa LINEA que se incluye a continuación, junto con algunos resultados obtenidos.

Si la relación fuese lineal, las diferencias serían nulas, pero, como puede observarse, esto no se cumple, aunque son pequeñas, por lo que la relación podría considerarse cuasi-lineal numericamente, en algunos casos, dentro del margen de error de los datos de campo.

Se piensa proseguir el estudio en la dirección de determinar en que casos es válida la aproximación de linealidad y en buscar filtros numéricos lineales o, en su caso, no lineales, que permitan obtener directamente el dominio de soluciones, definido por la CDZ, a partir de los datos de resistividad aparente medidos en el campo.

#### PROGRAMA LINEA

Este programa, construido para estudiar la linealidad, numericamente, entre la función característica y la curva de Dar Zarrouk, determina la suma de estas funciones para dos cortes dados.

La subrutina PARAM determina, a partir de la suma de dos curvas de Dar Zarrouk, considerada como otra curva de Dar Zarrouk, los parámetros del corte. Una vez determinado éste, determina la función característica correspondiente.

Posteriormente, se calculan las diferencias relativas, a la suma de funciones características, en tantos por ciento.

El primer valor de las abscisas es 0.1 m y el intervalo de muestreo corresponde a una densidad de 10 puntos por ciclo logarítmico.

La secuencia de datos de entrada es la siguiente:

- 1.- Número de capas del corte que se considera (NH).
- 2.- Parámetros de dicho corte (THICK, RESIST).

Repitiéndose, por este orden, un número par de veces, con los casos que se deseen sumar.

\* UNIVAC 1100 TIME/SHARING EXEC- MULTI-PROCESSOR SYSTEM - J.E.N. \*

PROGRAMA PARA ESTUDIAR LA LINEALIDAD NUMERICAMENTE  
\*\*\*\*\*

```

DIMENSION THICK(50),RESIST(50),V(50),AZ(50),C(50),VS(50),CS(50)
N=45
AZ(1)=0.1
SI=EXP(ALOG(10.)/10.)
DO 1 I=2,N
1 AZ(I)=AZ(I-1)*SI
2) CONTINUE
DO 3 I=1,N
VS(I)=0.
3 CS(I)=0.
RHO=0.
DO 2 I=1,N
V(I)=0.
2 C(I)=0.
20 READ(5,10,END=50) NH
READ(5,11)(THICK(I),RESIST(I),I=1,NH)
WRITE(6,12)
WRITE(6,11) (THICK(I),RESIST(I),I=1,NH)
CALL CAL_ROM(NH,AZ,THICK,RESIST,C,N)
CALL KERNEL(NH,AZ,THICK,RESIST,V,N)
DO 4 I=1,N
VS(I)=VS(I)+V(I)
4 CS(I)=CS(I)+C(I)
RHO=RHO+RESIST(NH)
IF(CS(1).LT.2.) GO TO 20
WRITE(6,15)
WRITE(6,11) (VS(I),I=1,N)
WRITE(6,17)
WRITE(6,11)(CS(I),I=1,N)
CALL PARAM(AZ,CS,N,RHO,V)
DO 5 I=1,N
5 V(I)=(VS(I)-V(I))*100./VS(I)
WRITE(6,18)
WRITE(6,19)(V(I),I=1,N)
GO TO 21
10 FORMAT(I4)
11 FORMAT(10F8.2)
15 FORMAT(///,10X,'SUMA DE FUNCIONES CARACTERISTICAS',/)
17 FORMAT(///,10X,'SUMA DE CURVAS DE DAR ZARROUK',/)
19 FORMAT(15(1X,F5.2))
18 FORMAT(///,10X,'ERROR EN TANTOS POR CIENTO EN LA F. CARACTERISTICA
* TEORICA RESPECTO A LA SUMA',/)
12 FORMAT(//,5X,'CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD',/)
50 STOP
END

```

```

SUBROUTINE KERNEL(NH,XAMDA,H,RHO,V,N)
DIMENSION XAMDA(1),H(1),RHO(1),V(1),AMDA(50)
DO 11 J=1,N
V(J)=1.0
K=NH-1
KK=NH+1
AMDA(J)=-2.0/XAMDA(J)
DO 10 I=1,K
M=KK-I
L=NH-I
P=RHO(M)*V(J)
AK=(RHO(L)-P)/(RHO(L)+P)
PROD=AMDA(J)*H(L)
IF (PROD.LT.-50.) PROD=-50.
Q=AK*EXP(PROD)
AQ=ABS(Q)
IF (ABS(Q).GT.10-16) 1,1,3
1 V(J)=1.0
GO TO 10
2 V(J)=(1.0-Q)/(1.0+Q)
10 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 14 J=1,N
V(J)=V(J)*RHO(1)
14 CONTINUE
50 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CALROM(LAYERS,AZ,THICK,RESIST,ROM,NRADII)
DIMENSION T(50),S(50),C(50),AZCRIT(50),AZ(1),THICK(1)
DIMENSION RESIST(1),ROM(1)
T(1)=THICK(1)*RESIST(1)
S(1)=THICK(1)/RESIST(1)
AZCRIT(LAYERS)=0.
NN=LAYERS-1
DO 1 I=2,NN
  T(I)=T(I-1)+THICK(I)*RESIST(I)
  S(I)=S(I-1)+THICK(I)/RESIST(I)
  DO 2 I=1,NN
    AZCRIT(I)=SQRT(T(I)*S(I))
    C(I)=1./(T(I)-S(I)*(RESIST(I+1))**2)
    J=1
10  CONTINUE
    IF(AZ(J).LE.AZCRIT(I)) GO TO 11
    I=1
    GO TO 12
11  ROM(J)=RESIST(I)
    J=J+1
    GO TO 13
12  CONTINUE
    IF(AZ(J).GE.AZCRIT(I).AND.AZ(J).LE.AZCRIT(I+1)) GO TO 13
    I=I+1
    IF(I.GT.NN) I=NN
    IF(J.GT.150.AND.I.GE.NN) GO TO 17
    IF(AZ(J).GT.AZCRIT(NN)) GO TO 13
    GO TO 12
13  CONS=C(I)
    D=2.*CONS*RESIST(I+1)*AZ(J)
    D=D**2
    D=D+1
    J=SQRT(D)
    E=2.*CONS*AZ(J)
    IF(CONS.LE.3.) GO TO 14
    ROM(J)=(1.+D)/E
    GO TO 15
14  ROM(J)=(1.-D)/E
15  CONTINUE
    IF(J.EQ.NRADII) GO TO 15
    J=J+1
    GO TO 12
17  V=J
    GO 18 JJ=N,NRADII
18  ROM(JJ)=RESIST(LAYERS)
16  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PARAM(AZC,ROMC,NV,RHO,V)
DIMENSION AZC(1),ROMC(1),THICK(50),RESIST(50),T(50),S(50),V(1)
C  CALCULO DE LOS PARAMETROS T Y S
DO 1 I=1,NN
  T(I)=AZC(I)*ROMC(I)
  S(I)=AZC(I)/ROMC(I)
  J=NN
2  T(J)=T(J)-T(J-1)
  S(J)=S(J)-S(J-1)
  J=J-1
  IF(J.GT.1) GO TO 2
DO 5 I=1,NN
  IF(T(I).LE.0.) GO TO 300
  IF(S(I).LE.0.) GO TO 300
5  CONTINUE
C  CALCULO DE ESPESORES Y RESISTIVIDADES
  N=NN+1
  THICK(N)=99999.
  RESIST(N)=RHO
DO 3 I=1,NN
  THICK(I)=SQRT(T(I)*S(I))
  RESIST(I)=SQRT(T(I)/S(I))
C  CALCULO DE LA FUNCION CARACTERISTICA TEORICA
  CALL KERNEL(N,AZC,THICK,RESIST,V,NN)
  GO TO 10
300 DO 4 I=1,NN
  RESIST(I)=1.
  THICK(I)=1.
  WRITE(6,11)
11  FORMAT(5X,'SALEN RESISTIVIDADES Y ESPESORES IMAGINARIOS')
10  CONTINUE
  RETURN
END

```

## CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00 1.0099999.00 10.00

## CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00 1.00 5.00 .5099999.00 5.00

## SUMA DE FUNCIONES CARACTERISTICAS

2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.01	2.02	2.04	2.09
2.16	2.27	2.43	2.64	3.25	3.68	4.17	4.72	5.34
6.00	6.70	7.41	8.12	9.51	10.17	10.73	11.35	11.98
12.35	12.77	13.14	13.45	13.97	14.16	14.32	14.45	14.56
14.64	14.72	14.77	14.82					

## SUMA DE CURVAS DE DAR ZARROUK

2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
2.16	2.13	2.65	3.06	3.53	4.13	4.75	5.44	6.27
7.10	7.92	8.71	9.45	10.18	11.48	12.04	12.54	12.97
13.34	13.65	13.91	14.12	14.29	14.43	14.55	14.71	14.77
14.82	14.85	14.88	14.91	14.93				

## ERROR EN TANTOS POR CIENTO EN LA F. CARACTERISTICA TEORICA RESPECTO A LA SUMA

.00	.00	.00	.00	.00	.11	.12	.03	-.22	-.63	-1.11	-1.54	-1.82
-1.88	-1.72	-1.42	-1.05	-.70	-.43	-.25	-.25	-.33	-.41	-.47	-.50	-.49
-.46	-.41	-.35	-.29	-.23	-.18	-.14	-.13	-.05	-.04	-.03	-.01	-.01





CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

	1.00	1.00	5.00	10.00	5.00
1.00	1.00	1.00	5.00	10.00	5.00

CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00 1.009999.00 10.00

## SUMA DE FUNCIONES CARACTERISTICAS

[illegible]

SUMA DE CURVAS DE DAR ZARROUK

[illegible]

ERROR EN TANTOS POR CIENTO EN LA F. CARACTERISTICA VISUAL RESPECTO A LA SUMA

[illegible]

## CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00 1.0099999.00 .13

## CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00 1.00 5.00 .5399999.00 5.00

## SUMA DE FUNCIONES CARACTERISTICAS

2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	1.98	1.95	1.91	1.92
1.71	1.59	1.45	1.32	1.21	1.05	1.02	1.03	1.07
1.14	1.25	1.40	1.53	1.79	2.28	2.55	2.82	3.13
3.36	3.61	3.84	4.04	4.22	4.50	4.61	4.71	4.79
4.34	4.89	4.94	4.97	4.99				

## SUMA DE CURVAS DE DAR ZARROUK

2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
2.00	1.68	1.43	1.24	1.09	.89	.82	.78	.90
1.05	1.25	1.49	1.77	2.08	2.41	2.76	3.09	3.58
3.93	4.14	4.32	4.47	4.59	4.69	4.77	4.89	4.93
4.97	4.99	5.02	5.03	5.05				

## ERROR EN TANTOS POR CIENTO EN LA F. CARACTERISTICA TEORICA RESPECTO A LA SUMA

.00	-.00	-.00	-.01	-.03	-.10	-.25	-.56	-1.00	-1.55	-2.10	-2.60	-3.20	-3.29
-3.47	-3.55	-3.52	-3.39	-3.19	-2.93	-2.64	-2.34	-2.04	-1.75	-1.48	-1.22	-.99	-.61
-.47	-.35	-.25	-.19	-.14	-.10	-.07	-.05	-.03	-.02	-.01	-.01	-.00	-.00

CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00	1.00	5.00	10.039999.00	5.03
------	------	------	--------------	------

CORTES SUMADOS:ESPESOR,RESISTIVIDAD

1.00	1.03	5.00	.5399999.00	5.03
------	------	------	-------------	------

## SUMA DE FUNCIONES CARACTERISTICAS

2.00	2.30	2.00	2.03	2.00	2.03	2.01	2.02	2.04	2.09
2.16	2.27	2.43	2.64	2.91	3.23	3.63	4.07	4.52	4.97
5.39	5.78	6.13	6.43	6.74	7.02	7.30	7.57	7.84	8.10
8.35	8.59	8.80	8.99	9.16	9.31	9.43	9.54	9.62	9.70
9.76	9.80	9.84	9.87	9.90					

## SUMA DE CURVAS DE DAR ZARROUK

2.00	2.00	2.00	2.03	2.00	2.03	2.00	2.03	2.00	2.00
2.00	2.13	2.35	2.63	3.06	3.53	4.13	4.75	5.44	6.27
6.61	6.67	6.80	6.99	7.23	7.52	7.81	8.11	8.43	8.65
8.89	9.09	9.26	9.43	9.52	9.61	9.69	9.75	9.80	9.84
9.87	9.90	9.92	9.94	9.95					

## ERROR EN TANTOS POR CIENTO EN LA F. CARACTERISTICA TEORICA RESPECTO A LA SUMA

.00	.00	.03	.00	.00	.02	.05	.11	.12	.03	-.22	-.63	-1.11	-1.54	-1.81
-1.85	-1.65	-1.33	-.91	-.59	-.42	-.43	-.63	-.85	-1.13	-1.37	-1.53	-1.59	-1.55	-1.43
-1.26	-1.07	-.88	-.70	-.54	-.41	-.31	-.23	-.16	-.12	-.08	-.06	-.04	-.03	-.02



### CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se pueden obtener de este trabajo son las siguientes:

1.- Los métodos actuales de interpretación de SEV, si bien son eficaces, adolecen, en su mayor parte, del gran inconveniente de obtener una sola solución de entre todas las posibles.

Tan solo dos métodos, los de Kunetz-Rocroi y Zohdy, pueden modificarse de modo que se obtengan diversas soluciones, pero estos métodos tienen el inconveniente de ser muy complicados y requerir el empleo de ordenadores de gran potencia de cálculo.

2.- El método ideal de interpretación consistiría en la transformación de la curva de resistividades aparentes de partida en la curva de Dar Zarrouk correspondiente, de la que podrían obtenerse las diversas soluciones compatibles con el corte.

Ello puede conseguirse mediante modificación de los métodos de Kunetz-Rocroi y Zohdy, preferentemente este último, o bien, hallando un método que permita pasar directamente de la curva de campo a la de Dar Zarrouk.

3.- Dicha modificación consiste, para el método de Zohdy, en:

- a.- Reducir el intervalo de muestreo, por sustitución del filtro de Ghosh por el de Johansen, a fin de obtener mayor precisión y detalle en los resultados, cambiando la densidad de muestreo de 6 a 10 puntos por ciclo

logarítmico.

- b.- Supresión del suavizado automático de la CDZ, de modo que se obtiene ésta con todo detalle.
  - c.- Introducción de una etapa personal, en la que el interpretador, de acuerdo con su experiencia, conocimiento de la zona, etc., modifica la CDZ obtenida, de modo que se consiga un corte solución compatible con los datos de campo y con la información complementaria.
- Una ventaja adicional de este modo de proceder es la eliminación de soluciones no deseadas, lo que ocurre con frecuencia, según nuestra experiencia, en el método original de Zohdy.

4.- Con objeto de analizar el efecto de los márgenes de imprecisión sobre la ambigüedad en la solución, se han estudiado sistemáticamente los cortes de tres capas, en lo que respecta a la función característica, curva de Dar Zarrouk y curva de resistividades aparentes. Los resultados se encuentran representados en gráficos y tablas.

De este modo se unifica el tratamiento de los fenómenos de supresión y equivalencia asociada en cortes de tres capas, independientemente del tipo de corte geoeléctrico, según la clasificación de Kalenov.

Una de las principales consecuencias de este estudio es que no se pueden establecer reglas generales sencillas, como a veces aparecen en la literatura, ya que el fenómeno es demasiado complejo para ello.

5.- Se presentan líneas de ataque para conseguir un método de transformación de la curva de campo en la de Dar Zarrouk por dos caminos: la primera, puramente analítica, llega a una ecuación de Ricatti, en cuya resolución se trabaja actualmente.

En la segunda, independiente de la anterior, se ha intentado comprobar, a falta del conocimiento de la relación analítica, la linealidad de esta relación, con resultados no del todo concluyentes, por lo que se plantea la necesidad de la búsqueda de filtros numéricos, lineales o no, mediante el paso al dominio de frecuencias espaciales utilizando la transformación de Fourier.





212 / p3

## **BIBLIOGRAFIA**

212.01

- BEVINGTON, P.R., 1969. Data reductions and error analysis for the Physical Sciences. McGraw-Hill. New York.
- BHATTACHARYA, P.K. y PATRA, H.P., 1968. Direct current geoelectric sounding. Elsevier. Amsterdam.
- BICHARA, M. y LAKSHMANAN, J., 1976. Fast automatic processing of resistivity sounding. Geoph. Prosp., 24 :354-370.
- BOWMAN, F., 1958. Introduction to Bessel Functions. Dover Publications Inc. New York.
- BRIGHAN, E.O., 1974. The fast Fourier transform. Prentice Hall. New Jersey.
- BRACEWELL, R., 1978. The Fourier transform and its applications. McGraw-Hill. New York.
- CAGNIARD, L., 1950. La prospection Geophysique. Presses Univ. de France. Paris.
- CAGNIARD, L., 1952. La prospection geophysique des eaux subterraines. Congres sur l'hydrologie des zones arides. UNESCO. Ankara.
- CANO, J.L., 1976. Estudio de las curvas de resistividad aparente tipo k. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- COMPAGNIE GENERALE DE GEOPHYSIQUE, 1963. Abaques de sondage électrique. European Association of Exploration Geophysicist.
- DAS, U.C. y GHOSH, D.P., 1974. The determination of filter coefficients for the computation of standard curves for dipole resistivity sounding over layered earth by linear digital filtering. Geoph. Prosp., 22 :765-780.
- DAS, U.C., GHOSH, D.P. y BIEWINGA, D.T., 1974. Transformation of dipole resistivity soundings measurements over layered earth by linear digital filtering. Geoph. Prosp., 22 :476-489.
- DOBRIIN, M.B., 1976. Introduction to geophysical prospecting. McGraw-Hill. New York, 3a Ed.
- DUPRAT, A., GOLE, F. y ROCROI, J.P., 1973. Exemples d'application de traitements automatiques a l'interpretation de sondages électriques. Geoph. Prosp.,

21: 543-559.

EBERT, A., 1943. Grundlagen zur auswertung geoelektrischer tiefenmessungen. Beitr. z. angew Geophys. X, p. 1.

FLATHE, H., 1955. Possibilities and limitations in applying geoelectrical methods to hydrogeological problems in the coastal areas of NE Germany. Geoph. Prosp., 3: 95-110.

FLATHE, H., 1955. A practical method of calculating geoelectrical model graphs for horizontal stratified media. Geoph. Prosp., 3: 268-294.

FLATHE, L., 1963. Five-layer Master Curves for the hydrogeological interpretation of geoelectrical resistivity measurements, above a two-storey aquifer. Geoph. Prosp., 11: 471-509.

GHOSH, D.P., 1971. The application of linear filter theory to direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. Geoph. Prosp., 19: 192-217.

GHOSH, D.P., 1971. Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontal layered earth. Geoph. Prosp., 19: 769-775.

GISH y ROONEY, 1925. Measurement of resistivity of large masses of undisturbed earth. Terr. Mag. and Atm. Elect., 30, p. 261.

GRAY, A. y MATHEWS, G.B., 1966. A treatise of Bessel Functions and their applications to Physics. Dover Publications Inc. New York, 2<sup>a</sup> Ed.

GRANT, F.S. y WEST, G.F., 1961. Interpretation theory in applied Geophysics. McGraw-Hill, New York.

HABBERJAM, G.M., 1967. On the application of reciprocity theorem in resistivity prospecting. Geophysics, 32: 918-919.

HEILAND, C.A., 1946. Geophysical exploration. Prentice-Hall.

HENRIET, J.P., 1976. Direct applications of the Dar Zarrouk parameters in ground water surveys. Geoph. Prosp., 24: 344-353.

- HOMILIUS, J., 1961. Über die Auswertung geoelektrischer Sondierungskurven im Falle eines vielfach geschichteten Untergrundes. *Z. Geophys.*, 27: 282-300.
- HUMMEL, J.N., 1929. Der Scheinbare spezifische widerstand bei vier planparallelen Schichte. *Zeitschrift für geophys.*, V p. 32.
- IAKUBOSKII, I. V. y LIAJOV, L.L., 1980. Exploración eléctrica. Ed. Reverté. Barcelona.
- INMAN, J.R., RYU, J. y WARD, S.H., 1973. Resistivity inversion. *Geophysics*, 38: 1088-1108.
- INMAN, J.R., 1975. Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics*, 40: 798-817.
- JOHANSEN, H.K., 1975. An interactive computer-display-terminal system for interpretation of resistivity soundings. *Geoph. Prosp.*, 23: 449-459.
- JOHANSEN, H.K., 1977. A man/computer interpretation system for resistivity sounding over a horizontally stratified earth. *Geoph. Prosp.*, 25: 667-691.
- JUP, D.L.B. y VOZOFF, K., 1975. Stable interactive method for the inversion of geophysical data. *Geoph. J. R. astron. Soc.*, 42: 957-976.
- KALENOV, E.N., 1974. Interpretación de curvas de sondeos eléctricos verticales. Ministerio de Obras Públicas.
- KELLER, G.V., 1966. Dipole method for deep resistivity studies. *Geophysics*, 31: 1088-1105.
- KELLER, G.V. y FRISCHKNECHT, F.C., 1966. *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*. Pergamon Press. Oxford. Londres.
- KING, L.V., 1933. On the flow of electric current in semi-infinite stratified media. *Proc. Roy. Soc. London. Series A.*, 233: 237-277.
- KING, L.V., 1934. On the flow of electric current in semi-infinite media in which the specific resistance is a function of depth. *Phil. Trans. Roy. Soc. London (A)* 728, p.327.
- KOEFOD, O., 1960. A generalized Cagniard graph for the interpretation of geo-

electrical sounding data. Geoph. Prosp., 8: 459-469.

KOEFOED, O., 1968. The application of the Kernel function in interpreting geo-electrical resistivity measurements. Gebruder Borntraeger. Berlin.

KOEFOED, O., 1979. Resistivity sounding measurements. (Geosounding Principles 1). Elsevier. Amsterdam.

KOEFOED, O., 1979. Resistivity sounding on an earth model containing transition layers with linear change of resistivity with depth. Geoph. Prosp., 27: 865-875.

KUNETZ, G., 1966. Principles of direct current resistivity prospecting. Gebruder Borntraeger. Berlin.

KUNET, G. y ROCROI, J.P., 1970. Traitement automatique des sondages electriques. Geoph. Prosp., 18: 157-198.

LASFARGUES, P., 1957. Prospection électrique par courants continus. Masson. Paris.

LIFERMANN, J., 1979. Les méthodes rapides de transformation du signal. Masson. Paris.

LONG, O., 1954. Mapping nearly vertical discontinuities by earth resistivities. Geophysics, XIX, 739-760.

MAILLET, R., 1974. The fundamental equations of electrical prospecting. Geophysics, XII, 529-556.

MAILLET, R. y DOLL, H.G., 1933. Sur un théoreme relatif aux milieux électrique-ment anisotropes et ses applications a la prospection electrique en courant continu. Beitrage ang. Geophys., III, p.109.

MARSDEN, D., 1973. The automatic fitting of a resistivity sounding by a geometrical progression of depths. Geoph. Prosp., 21: 266-280.

NEIMARJUS, H.A., 1979. Numerical interpretation of resistivity soundings over horizontal beds. Geoph. Prosp., 18: 415-433.

MOONEY, H.M., 1954. Depth determinations by electrical resistivity. Mining Engineering, VI, 915-918.

- MOONEY, H.M., ORELLANA, E., PICKETT, H. y TORNHEIM, 1966. A resistivity computation method for layered earth models. *Geophysics*, 31: 192-203.
- MOONEY, H. y WETZEL, G., 1957. The potentials about a point probe in two-three and four-layered earth. University of Minnesota. Minneapolis.
- MORSE, P.M. y FESHBACH, H., 1953. *Methods of Theoretical Physics I y II*. McGraw-Hill. New York.
- MUFTI, I.R., 1976. Finite difference resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysics*, 41: 62-78.
- MUFTI, I.R., 1978. A practical approach to finite difference resistivity modeling. *Geophysics*, 43: 930-942.
- MUFTI, I.R., 1980. Finite difference evaluation of apparent resistivity curves. *Geoph. Prosp.*, 28: 146-166.
- MUNDRY, E., 1978. The thin-layer problem in geoelectrical prospecting. *Geoph. Prosp.*, 26: 581-594.
- MUSKAT, M., 1933. Potential distribution about an electrode on the surface of the earth. *Physics*, IV, 129-149.
- NYMAN, DOUGLAS, C. y LANDISMAN, M., 1977. VES Dipole-dipole filter coefficients. *Geophysics*, 42: 1037-1044.
- ORELLANA, E., 1960. Algunas cuestiones de prospección geoeléctrica. *Revista de Geofísica*, 73: 13-28.
- ORELLANA, E., 1961. Criterios erróneos en la interpretación de sondeos eléctricos. *Revista de Geofísica*, XX, 79: 207-227.
- ORELLANA, E., 1963. Properties and drawing of the so-called Dar Zarrouk curves. *Geophysics*, 28: 99-110.
- ORELLANA, E., 1965. Propiedades de medios estratificados aplicadas a la Prospección Geoeléctrica. *Revista de Geofísica*, XXIV, 94: 87-152 y 95: 189-263.
- ORELLANA, E., 1966. Notas sobre la interpretación de Sondeos Eléctricos Verticales. *Revista de Geofísica*, XXV, 97: 1-40.



- ORELLANA, E., 1967. Normas prácticas para la ejecución de Sondeos Eléctricos Verticales. Revista de Geofísica, XXVI, 101: 9-20.
- ORELLANA, E., 1967. Un ábaco para el trazado de curvas de Resistividad Aparente. Revista de Geofísica, XXVI, 101: 1-8.
- ORELLANA, E., 1972. Prospección Geoeléctrica en corriente continua. Paraninfo. Madrid.
- ORELLANA, E., 1976. Ideas falsas y prácticas erróneas en la Prospección Geofísica. Tecniterrae, 3, 14: 36-41.
- ORELLANA, E., 1978. Programación de campañas de SEV. Tecniterrae, 4, 23: 59-62.
- ORELLANA, E., 1982. Prospección Geoeléctrica en corriente continua. Paraninfo. Madrid, 2ª Ed.
- ORELLANA, E. y HERNANDEZ, M.C., 1979. Nuevos conceptos sobre la interpretación de curvas de SEV. Tecniterrae, 5, 30: 63-70.
- ORELLANA, E. y MOONEY, H.M., 1972. Two and three-layer master curves... for... Wenner arrangement. Interciencia. Madrid.
- PAPOULIS, A., 1962. The Fourier Integral and its applications. McGraw-Hill.
- PAPOULIS, A., 1978. Sistemas digitales y analógicos, transformadas de Fourier, estimación espectral. Marcombo. Barcelona.
- PARASNIS, D.S., 1970. Principios de Geofísica Aplicada. Paraninfo. Madrid.
- PARASNIS, D.S., 1971. Geofísica Minera. Paraninfo. Madrid.
- PARKHOMENKO, E.I., 1967. Electrical properties of rocks. Plenum Press. New York.
- PEKERIS, C.L., 1940. Direct method of interpretation in Resistivity Prospecting Geophysics, 5: 130-156.
- REY PASTOR, J. y CASTRO, A., 1958. Funciones de Bessel. Ed. Dossat. Madrid.
- RIO, A., 1970. Existencia y morfología del mínimo en las curvas de SEV, dispositivo de Schlumberger, tipo H. Revista de Geofísica, 29: 127-137.

- ROBINSON, E.A., 1967. Multichannel time series analysis with digital computer programs. Holden-Day.
- ROCROI, J.P., 1975. Contribution a l'étude de l'équivalence en prospection électrique. Geoph. Prosp., 23: 765-778.
- ROY, A. y APPARO, A., 1971. Depth of investigation in direct current methods. Geophysics, 36: 943-958.
- SEARA, J.L., 1970. Developments in electrical prospecting methods. Tesis Doctoral. University of Western Ontario.
- SEARA, J.L., 1979. Computer programs for resistivity interpretation. Application Brief 79-1. Scintrex. Concord. Toronto.
- SEARA, J.L. y Conaway, J.G., 1980. On the properties of the reciprocal geoelectric section. Geoph. Prosp., 29: 135-145.
- SLICHTER, L.B., 1933. Interpretation of resistivity prospecting for horizontal structures. Physics, 4: 307-322.
- STEFANESCO, S.S. y SCHLUMBERGER, C., 1930. Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain a couches horizontales, homogènes et isotropes. Jour. Physique et le Radium, 1: 132-140.
- STEVENSON, A.F., 1934. On the theoretical determination of earth resistance from surface potential measurements. Physics, 5: 114-124.
- SUNDE, E.O., 1949. Earth conduction effects in transmission systems. Van Nostrand. New York.
- SZARANIEC, E. 1972. Les courbes Dar Zarrouk et les sondages différentiels de résistivité. Geoph. Prosp., 20: 212-236.
- SZARANIEC, E., 1980. Direct resistivity interpretation by accumulation of layers. Geoph. Prosp., 28: 257-268.
- TELFORD, W.M. et al., 1976. Applied Geophysics. Cambridge University Press. Cambridge.
- VAN DAM, J.C. y MEULENKAMP, J.J., 1969. Standard graphs for resistivity prospec-

ting. E.A.E.G. La Haya.

VAN NOSTRAND, R.G. y COOK, K.L., 1955. Apparent resistivity for dipping beds. A discussion. *Geophysics*, 20: 140-147.

VAN ZIJL, J.S., 1969. A deep Schlumberger sounding to investigate the electriccal structure of crust and upper mantle in South Africa. *Geophysics*, 34: 450-462.

VAN ZIJL, J.V. et al., 1970. Ultra deep Schlumberger sounding and crustal structure in South Africa. *Geoph. Prosp.*, 18: 615-634.

VANYAN, L.L. et al., 1962. O raschete teoreticheskikh elektricheskovo zondirovaniya. *Prikl. Geofizika*, 34: 135-144.

VARIOS, 1969. Mining and groundwater Geophysics 1967. Geological Survey of Canada. *Econ. Geol.*, num. 26. Ottawa.

VOZOFF, K., 1958. Numerical resistivity analysis. Horizontal layers. *Geophysics* 23: 536-556.

WATSON, G.N., 1966. A treatise on the theory of Bessel Functions. Cambridge University Press.

ZOHDY, A.A., 1965. The auxiliary point method of electrical sounding interpretation and its relationship to the Dar Zarrouk Parameters. *Geophysics*, 30: 644-660.

ZOHDY, A.A., 1974. Use of Dar Zarrouk curves in interpretation of vertical electrical soundings. *U. S. Geol. Surv. Bull.*, 1313-D.

ZOHDY, A.A., 1975. Automatic interpretation of Schlumberger sounding curves, using modified Dar Zarrouk functions. *U. S. Geol. Surv. Bull.*, 1313-E.

